

Vorlesungsskriptum
Sommersemester 2005

SATELLITENGEODÄSIE 1
(Einführung in GPS)

Markus Rothacher

Institut für Astronomische und Physikalische
Geodäsie

Technische Universität München

München, April 2005

INHALTSVERZEICHNIS

1. Einführung
 - Motivation und Ziel
 - Geschichtliches
 - Literatur
2. GPS/GLONASS Systemkomponenten
 - Space Segment
 - Control Segment
 - User Segment
 - Ground Segment
3. GPS/GLONASS Signalstruktur
 - GPS-Signale
 - GLONASS-Signale
 - Künstliche Verschlechterung der Signale
 - Navigation Message
4. Zeit- und Referenzsysteme
 - Zeitsysteme
 - Referenzsysteme
5. Beobachtungsgleichungen
 - Pseudorange- oder Code-Messungen
 - Phasenmessungen (Carrier Phase)
 - Verbessertes Modell der Beobachtungen
6. Differenzbildung und Linearkombinationen
 - Single-, Double- und Triple-Differences
 - Absolute und relative Positionierung
 - Linearkombinationen der Originalmessungen

INHALTSVERZEICHNIS (FORTSETZUNG)

7. GPS/GLONASS Satellitenbahnen

- Keplersche Bahnelemente
- Almanach-Daten und Broadcast-Bahnen
- IGS- und IGLOS-PP-Bahnen
- Einfluss der Bahnfehler

8. Atmosphärische Einflüsse

- Grundlagen der Wellenausbreitung
- Aufbau der Atmosphäre
- Ionosphärische Refraktion
- Troposphärische Refraktion

9. Antennenhöhe, Antennenphasenzentren, Multipath, Messrauschen

- Antennenhöhe
- Phasenzentrum der Empfängerantenne
- Phasenzentrum der GPS-Satelliten
- Multipath, Abschattungen, Messrauschen

10. Datenvorverarbeitung: Preprocessing

- Datenaustausch und Konversion: RINEX-Format
- Fehlmessungen und Cycle Slips
- Zero-Difference Preprocessing
- Triple-Difference Preprocessing

11. Auswertestrategien

- Absolute Positionierung mit Pseudorange
- Relative Positionierung mit Pseudorange
- Relative Positionierung mit Trägerphasen
- Fehlermasse
- Erreichbare Genauigkeiten

INHALTSVERZEICHNIS (FORTSETZUNG)

12. Ambiguity Resolution

- Einführung
- Genauigkeitsgewinn
- Strategien für lange Beobachtungszeiten
- Strategien für kurze Beobachtungszeiten

13. Beobachtungsverfahren

- Übersicht
- Permanentstationen
- Static und Rapid Static
- Stop & Go und RTK
- Kinematic
- DGPS- und Standalone-Navigation

14. Referenzstationsnetze und Dienste

- Globale und regionale passive Referenznetze
- Globale aktive Referenznetze
- Regionale und lokale aktive Referenznetze
- Produkte der Internationalen Dienste

15. GPS-Hardware und -Software

- GPS-Empfänger
- GPS-Software

1. Einführung

- Motivation und Ziel
- Geschichtliches
- Literatur

EINFÜHRUNG: MOTIVATION UND ZIEL

GPS wird heutzutage für eine Vielzahl von Anwendungen verwendet:

- Navigation zu Land, zur See und in der Luft
- Positionierung: Lokalisierung von Fahrzeugen, Landwirtschaft, GIS
- Vermessung, Landesvermessung
- Globale und regionale Referenzsysteme (ITRF, EUREF, ...)
- Geodynamik/Geophysik: Plattentektonik, Erdbeben, ...
- Bahnbestimmung von tieffliegenden Satelliten, die mit einem GPS-Empfänger ausgerüstet sind
- Erdrotationsstudien
- Information über die Atmosphäre: Troposphäre und Ionosphäre
- Zeit- und Frequenztransfer

Kenntnisse über GPS gehören heute schon zum Allgemeinwissen. Insbesondere aber spielt GPS in vielen Bereichen des Geodäten eine fundamentale Rolle.

Diese Vorlesung soll den Studenten vertraut machen mit:

- den Komponenten des GPS-Systems
- den Beobachtungen und deren Verarbeitung
- den wichtigsten Fehlerquellen
- den Beobachtungsverfahren und deren Genauigkeit
- den Anwendungen und Diensten

GESCHICHTLICHES

GPS:

- Von 1964–1996 hat die US-Marine das Positionierungssystem **TRANSIT** betrieben, das auf **Dopplermessungen** beruhte. Dieses System war nicht immer verfügbar und lieferte nur eine begrenzte Genauigkeit, insbesondere für bewegte Benutzer. Ein statischer Beobachter konnte seine Position etwa auf **20-30 m** genau bestimmen, ein bewegter Beobachter auf etwa **100-150 m**.
- Deshalb wurde von den Streitkräften der USA ein neues System entwickelt — das **Global Positioning System (GPS)** — mit der Forderung: Ein GPS-Benutzer soll **jederzeit** (wetterunabhängig) und **überall** auf oder nahe der Erde, ob in Ruhe oder in Bewegung, seine 3-dimensionale **Position**, seine **Geschwindigkeit** und den **Zeitpunkt** mit extremer Genauigkeit bestimmen können.
- Aufbau des GPS in 3 Phasen:
 - **Phase I** (1974–1979): **Überprüfungsphase** des gesamten Konzepts. Es wurden erste Testsatelliten gestartet, der erste Block I-Satellit im Februar 1978.
 - **Phase II** (1979–1985): In dieser **Entwicklungsphase** wurden die technischen Komponenten des Systems entwickelt, darunter auch GPS-Empfänger.
 - **Phase III** (1985–1995): **Ausbauphase** des Systems. Im Februar 1989 wurde der erste Block II-Satellit in seine Umlaufbahn geschossen.
- Am **17. Juli 1995** wird GPS für voll operationsfähig erklärt.

GLONASS:

- Entwicklungsbeginn 1972.
- Start des ersten Satelliten im **Oktober 1982**.
- Vollständige Konstellation im **Januar 1996** verfügbar.

LITERATUR

Bücher:

- Bauer (2002) Vermessung und Ortung mit Satelliten. GPS und andere satellitengestützte Navigationssysteme. 5. Auflage, Wichmann-Verlag, Karlsruhe, *ISBN 3-87907-360-0*, 392 S.
- Hofmann-Wellenhof, Lichtenegger, Collins (2001) GPS – Theory and Practice, 5. Auflage, *Springer-Verlag*, Wien, *ISBN 3-211-83534-2*, 382 S.
- Kaplan (Hrsg.)(1996) Understanding GPS: Principles and Applications. Artech House Publishers, Boston/London, *ISBN 0-89006-793-7*, 554 S.
- King, Masters, Rizos, Stolz, Collins (1987) Surveying with GPS. Reprint der 1. Auflage von 1985, Dümmler Verlag, Bonn, *ISBN 3-427-78551-3*, 127 S.
- Leick (1995) GPS Satellite Surveying. 2nd Edition. A Wiley-Interscience Publication, John Wiley & Sons, New York, *ISBN 0-471-30626-6*, 584 S.
- Seeber (2003) Satellite Geodesy. 2nd Edition, Walter de Gruyter Verlag, Berlin, *ISBN 3-11-017549-5*, 589 S.
- Teunissen, Kleusberg (Hrsg.)(1998) GPS for Geodesy. 2nd Edition, Springer-Verlag, Berlin, *ISBN 3-540-63661-7*, 650 S.

Zeitschriften:

- GPS World. Advanstar Communications, Cleveland, OH, USA, monatlich, <http://www.gpsworld.com>.
- GPS Solutions. John Wiley & Sons, Inc.
- Galileo's World. Advanstar Communications, Cleveland, OH, USA.
- ZfV (Zeitschrift für Vermessungswesen). Artikel-Recherche:
http://www.dvw.de/index_htm.htm.
- AVN (Allgemeine Vermessungsnachrichten). H. Wichmann Verlag.
- Journal of Geodesy. Springer-Verlag, Berlin.

2. GPS/GLONASS Systemkomponenten

- Space Segment
- Control Segment
- User Segment
- Ground Segment

GPS/GLONASS SYSTEM (1)

NAVSTAR-GPS: NAVigation System with Time And Ranging – Global Positioning System

GLONASS: GLObal NAVigation Satellite System

(Russisches Pendant, genauer “Globalnaya Navigatsionnaya Sputnikovaya Sistema”)

Eigenschaften:

- Satellitensysteme für (**Echtzeit-**)**Positionierung** und **Navigation**.
- **Global** (überall auf der Erde und bis ca. 5000 km Höhe) und **jederzeit** benutzbar (zur Zeit bei GLONASS eingeschränkt).
- Für eine beliebige Anzahl Benutzer.
- **Passives Eigenortungsverfahren:** Messwerte und Information für die Positionierung stehen dem Benutzer am momentanen Ort zur Verfügung.
- **Wetterunabhängig:** die von den Satelliten ausgesandten Radiowellen (L-Band, ca. 20 cm Wellenlänge) werden von der Atmosphäre nicht absorbiert.
- Das System erlaubt dem Benutzer in Echtzeit die Bestimmung der 3-dim. **Position** und **Geschwindigkeit** und der **Zeit**.

Das GPS wird vom **US Department of Defense (DOD)** betrieben. Verantwortlich für das ganze System ist das **Joint Program Office (JPO)**, bei GLONASS das **Ministry of Defense of the Russian Federation**.

<http://gps.losangeles.af.mil>

http://www.glonass-center.ru/frame_e.html

GPS/GLONASS SYSTEM (2)

Das GPS- und das GLONASS-System werden offiziell in drei Hauptsegmente unterteilt:

- **Space Segment:** Die Konstellation der Satelliten des Systems und die Satelliten selbst.
- **Control Segment:** Die Bodenstationen, Infrastruktur und Software für die Überwachung und das Betreiben des GPS- respektive des GLONASS-Systems.
- **User Segment:** alle GPS- und GLONASS-Empfänger weltweit und die dazugehörige Verarbeitungssoftware.

Wir wollen diese 3 Segmente um ein viertes, ebenso wichtiges Segment erweitern:

- **Ground Segment:** alle Permanent-Netze und internationale/regionale Dienste, die wesentliche Produkte für die Benutzer des GPS/GLONASS-Systems liefern.

SPACE SEGMENT (RAUMSEGMENT)

Satellitenkonstellation: Beide Satellitenkonstellationen bestehen nominell aus 24 Satelliten. In Wirklichkeit standen im April 2005

- **29** aktive GPS-Satelliten und
- **12** aktive GLONASS-Satelliten

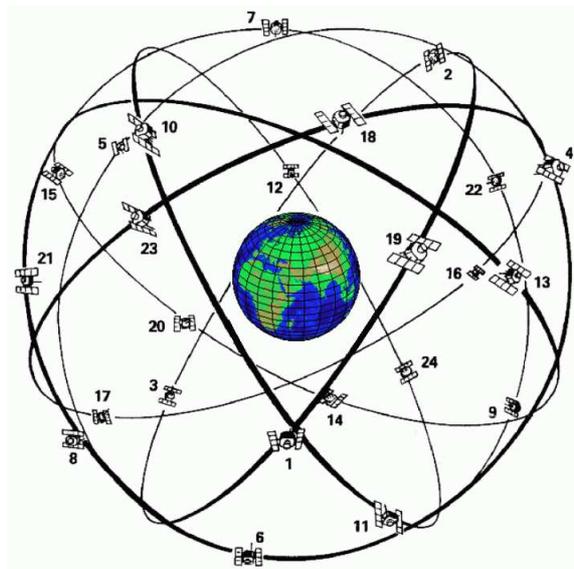
zur Verfügung. Bei GLONASS soll laut Beschluß der russischen Regierung ab dem Jahr 2010 wieder die volle Konstellation verfügbar sein. Daneben soll das europäische System **Galileo** bereits ab dem Jahr 2008 voll operationell sein.

SPACE SEGMENT (RAUMSEGMENT)

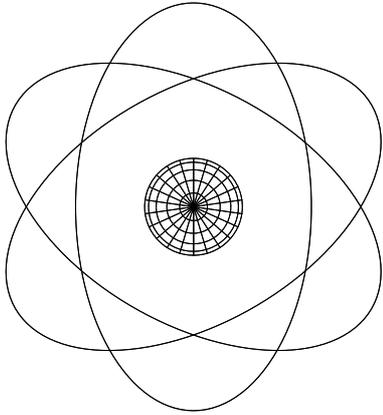
Idee hinter der Konstellation: mindestens 4 Satelliten sollen von jedem Ort der Erde aus zu jeder Zeit sichtbar sein. Wie wir sehen werden, braucht man mindestens 4 Satelliten, um sich in Echtzeit zu positionieren. **Bahncharakteristik:**

Charakteristik	GPS	GLONASS
Grosse Halbachse	26'600 km	25'500 km
Umlaufperiode	11 h 58 min	11 h 16 min
Bahnneigung	55°	65°
Anzahl Bahnebenen	6 (60° spacing)	3 (120° spacing)
Anzahl Satelliten	24 (3 spares)	24 (3 spares)
Ungefähre Masse	815 kg	700 kg
Datenrate	50 bit/sec	50 bit/sec
PRN Codes	Satellitenabhängig	Satellitenunabhängig
Frequenzen	Satellitenunabhängig	Satellitenabhängig

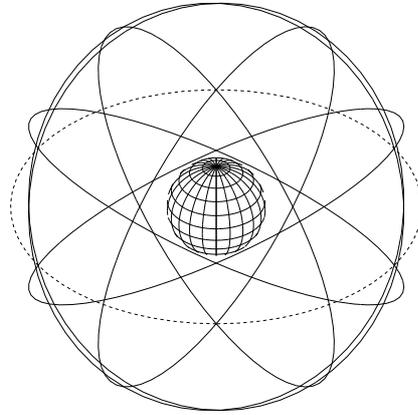
PRN Codes: Pseudo-Random Noise Codes (siehe Kapitel 3).



GPS-SATELLITENKONSTELLATION

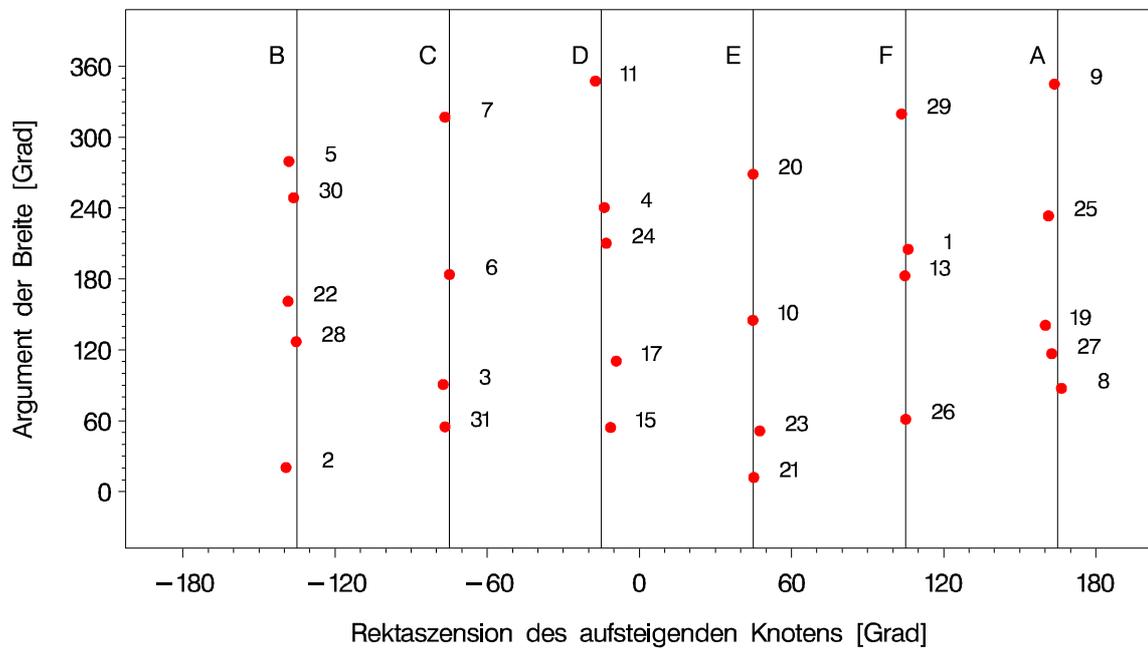


GPS-Bahnen aus einer Breite von $\beta = 90^\circ$ gesehen.

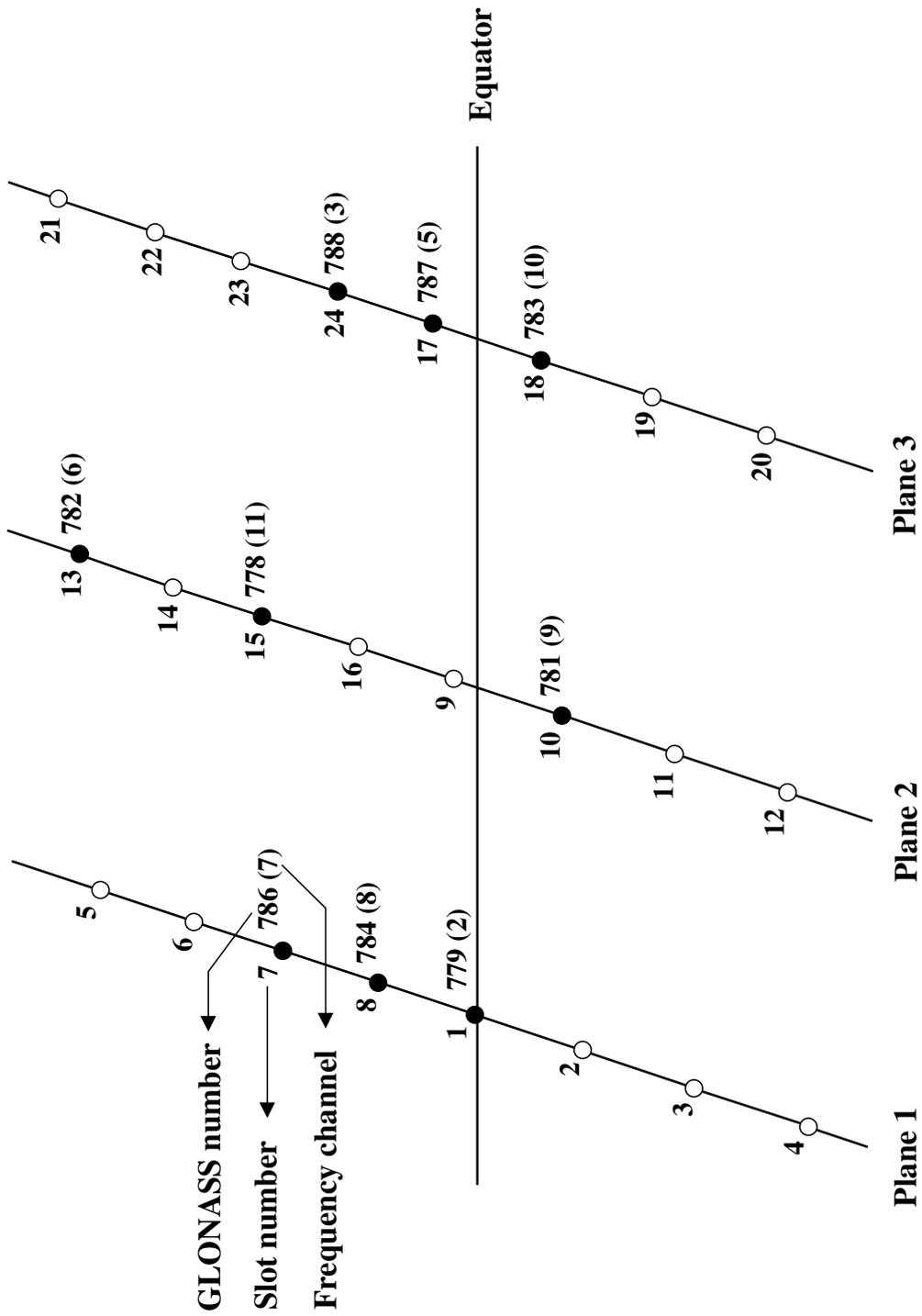


GPS-Bahnen aus einer Breite von $\beta = 35^\circ$ gesehen.

GPS – Konstellation: Status vom 20. Oktober 2000



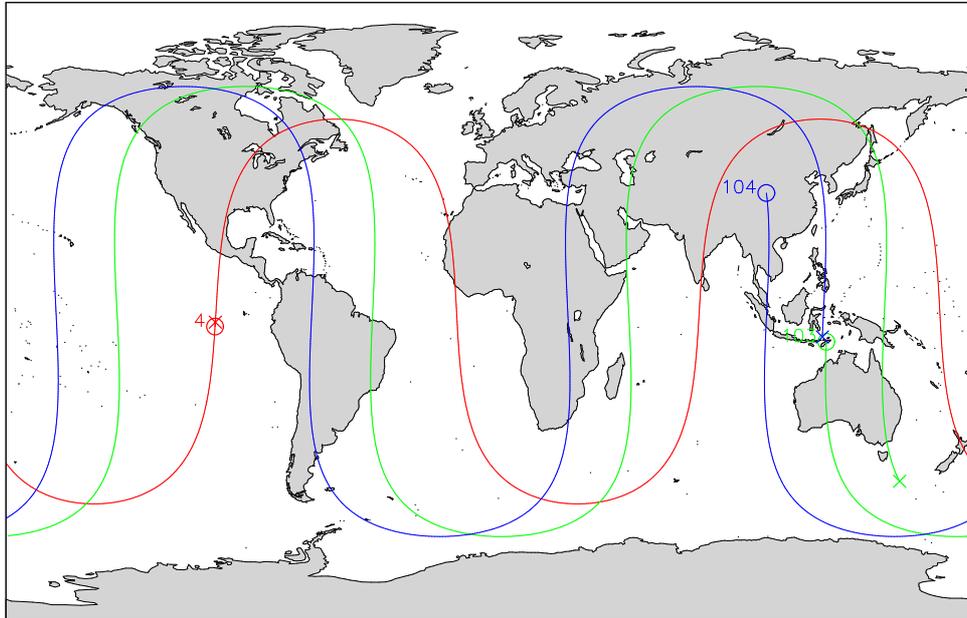
GLONASS-SATELLITENKONSTELLATION



KONSEQUENZEN DER BAHNCHARAKTERISTIKEN

- Die **Geschwindigkeit** der Satelliten relativ zum Zentrum der Erde beträgt ungefähr **4 km/s**, relativ zu Stationen am Boden bis maximal **2.8 km/s**. (Geschwindigkeit der Erddrehung am Äquator als Vergleich: ca. **0.6 km/s**).
- Die **GPS-Satelliten** wiederholen ihre “ground tracks” nach **1 Sterntag** = 23 h 56 min = 2 Umläufe der Satelliten. In Sonnentagen (Weltzeit UT) wird dieselbe Geometrie jeweils jeden Tag um 4 Minuten früher erreicht.
- Konsequenz: jegliche Fehler, die von der Satellitengeometrie abhängen, werden sich Tag für Tag wiederholen (systematische Effekte, z.B. durch Multipath).
- Die Bahnneigung von 55° bei GPS hat zur Folge, dass an den Polen keine Satelliten über etwa 42° Elevation gesehen werden können.
- Die **GLONASS-Satelliten** wiederholen ihre “ground tracks” erst nach **8 Sterntagen** = 17 Umläufe. Eine identische Geometrie — jedoch mit anderen Satelliten realisiert — ergibt sich nach **1 Sterntag**, wenn wirklich 8 Satelliten gleichmässig in einer Bahnebene verteilt sind.
- **2:1 Kommensurabilität** der GPS-Umlaufszeit mit der Erdrotation führt zu **Resonanzeffekten** mit dem Gravitationsfeld. Es sind daher oft Manöver nötig. Die GLONASS-Konstellation hat dieses Problem nicht.
- In den Polarregionen sind die GLONASS-Satelliten besser sichtbar (grössere Bahnneigung von 65°).

“GROUND TRACKS” DER GPS/GLONASS-SATELLITEN



DIE GPS-SATELLITEN

Eigenschaften der GPS-Satelliten:

- Mittlere Lebensdauer von etwa **7.5 Jahren**
- **Sonnen-Panels** von ca. 7 m² Fläche für die Stromversorgung
- Antriebssysteme für die Positionserhaltung und Lagekorrekturen
- Je **2 Rubidium- und Cäsiumfrequenznormale** (Atomuhren) für die Signalerzeugung

5 Klassen von GPS-Satelliten werden zurzeit unterschieden:

Block I Starts 1978-1985 für Testkonfiguration. Die Bahnneigung dieser Satelliten war 63°. Der letzte Block I-Satellit wurde 1995 abgeschaltet.

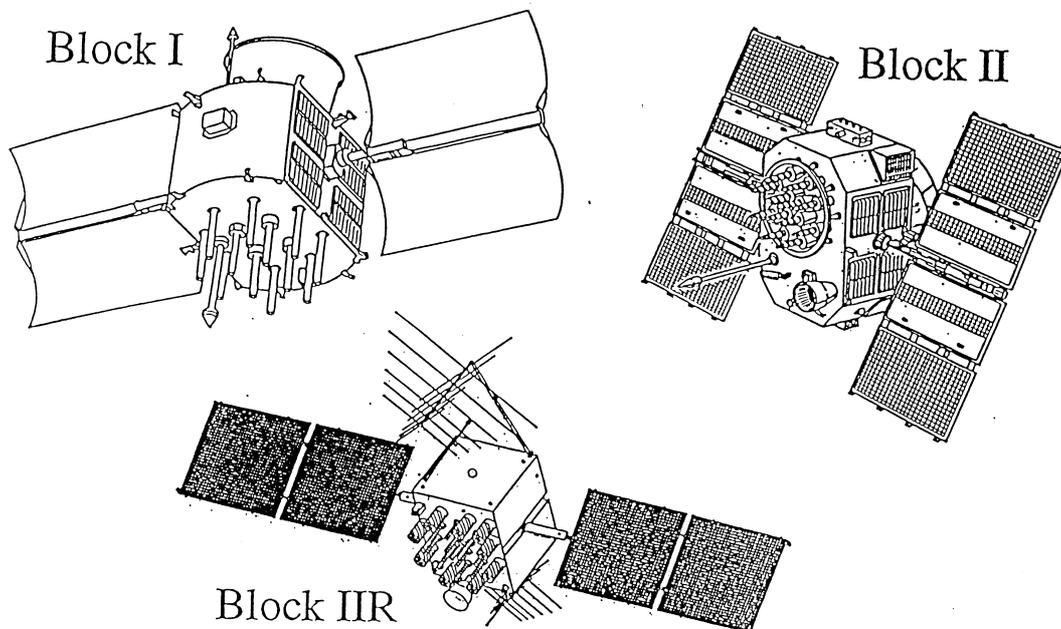
Block II Für die operationelle Konstellation, mit der Möglichkeit die GPS-Signale zu verschlüsseln oder zu verschlechtern. Erster Start im Februar 1989.

Block IIA A=Advanced (fortschrittlich). Der Hauptunterschied zu den Block II-Satelliten ist die grössere Speicherkapazität für Navigationsdaten (180 statt nur 14 Tage). SVN35 und SVN36 tragen Retroreflektoren (Beobachtung mit Satellite Laser Ranging). Erster Start im November 1990.

Block IIR R=Replenishment (Auffüllen, Ersatz). Diese Satelliten haben wesentlich genauere Uhren (Wasserstoffmaser) an Bord. Sie können ihre gegenseitigen Abstände bestimmen und damit autonom (unabhängig von den Bodenstationen) Bahninformationen berechnen. Bereits 12 Block IIR-Satelliten sind in Umlaufbahn (April 2005). Erster Start Juli 1997.

Block IIF F=Follow up (Nachfolge). Diese zukünftige Generation wird noch mehr Autonomie haben und wird Signale auf einer dritten (zivilen) Frequenz ausstrahlen.

GPS Space-crafts

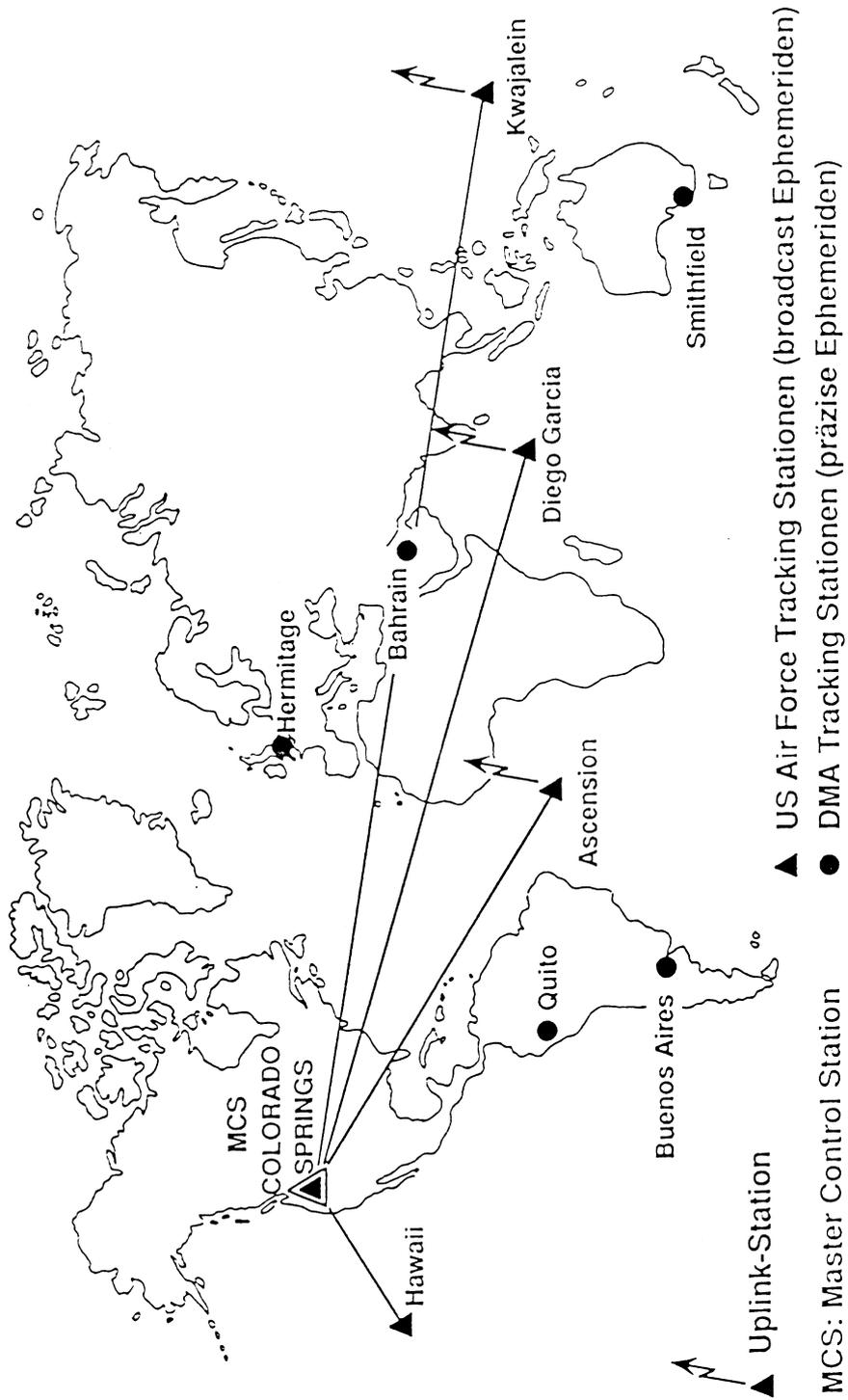


CONTROL SEGMENT (1)

Das Kontrollsegment (**Operational Control System OCS**) besteht aus (siehe nächste Seite):

- **Master Control Station (MCS)** mit den Aufgaben:
 - **Überwachen** des Zustandes des Gesamtsystems.
 - **Steuerung** des Systems: Durchführen von Bahnkorrekturen, Status der Satelliten setzen (healthy/unhealthy), Degradierungsmassnahmen (SA, AS).
 - Generierung eines genauen **Zeitstandards** als Referenzzeit des GPS-Systems, die sogenannte **GPS-Zeit** (Uhrvergleiche mit UTC-Atomuhren).
 - Berechnung der **Satellitenbahnen** und **Satellitenuhrkorrekturen** aus den Beobachtungsdaten der Monitorstationen.
 - Vorausberechnung (Prädiktion) der Bahnen und Satellitenuhren, die dann von den Ground Control Stations zu den Satelliten hochgeladen werden und von dort zu den Benutzern ausgesandt werden (**Broadcast Messages**).
- **Monitor Stations:** Reine **Beobachtungsstationen** mit einem 2-Frequenz-GPS-Empfänger, einer meteorologischen Messstation und einer Atomuhr. Die GPS-Beobachtungen werden an die Master Control Station geschickt. Dieses Netz von Beobachtungsstationen wird mit 5 Stationen der National Imagery and Mapping Agency (NIMA) (früher Defence Mapping Agency(DMA)) ergänzt für die Bestimmung genauerer Bahnen (DMA Precise Ephemerides).
- **Ground Control Stations:** Diese **Sendestationen** sind mit grossen Antennen ausgerüstet und sind für die **Kommunikation mit den Satelliten** verantwortlich (upload, uplink), insbesondere für das Übermitteln der Broadcast Messages an die Satelliten.

CONTROL SEGMENT (2)



USER SEGMENT UND GROUND SEGMENT

User Segment:

- Alle **GPS/GLONASS-Empfänger** zu Land, zur See, in der Luft und in Umlaufbahn (z.B. Low Earth Orbiter (LEO) mit GPS-Empfänger an Bord) machen das User Segment aus.
- Der Benutzerkreis von GPS (und GLONASS) ist sehr gross und äusserst vielseitig.
- Es stehen deshalb eine Vielzahl von GPS-Empfängern in unterschiedlichen Preisklassen und für verschiedene Genauigkeitsansprüche zur Verfügung.
- Bei GLONASS gibt es diese Diversität von Empfängern nicht. Die guten heutigen Geräte sind meist kombinierte GPS/GLONASS-Empfänger (“hybrid receivers”).

Ground Segment:

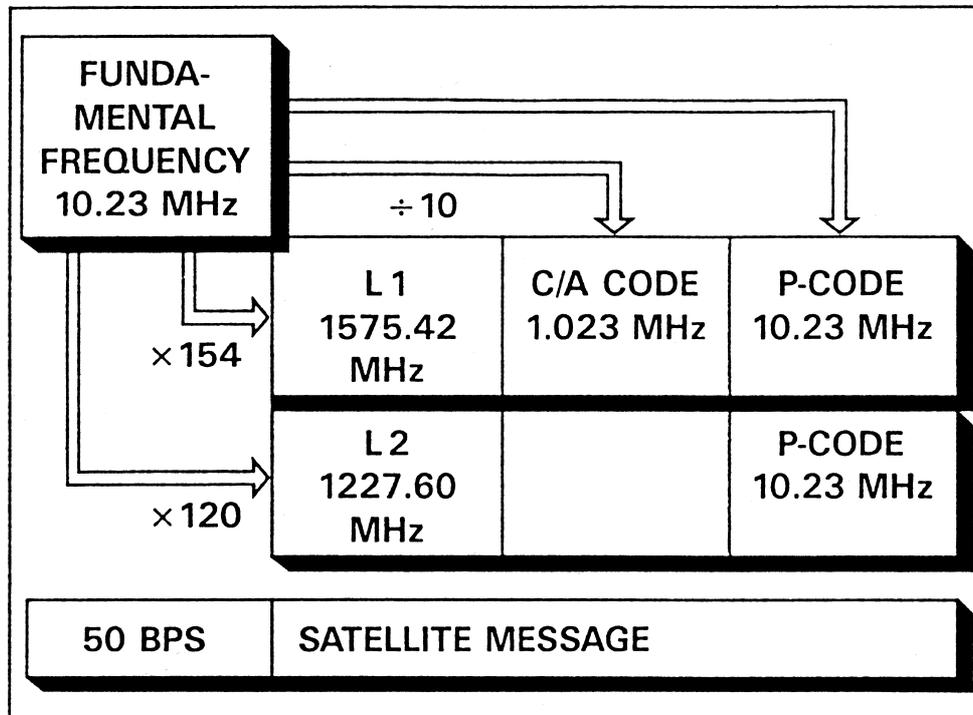
Zu diesem (nicht offiziellen) Segment gehören Permanentnetze und GPS-Dienste, die für den Benutzer wichtige Produkte bereitstellen:

- Das globale Netz des **International GNSS Service (IGS)**, das heute aus rund 380 Stationen besteht und den wichtigsten Beitrag zum **globalen Referenzsystem (ITRF)** liefert. Dieses Netz ist auch die Grundlage für die Bestimmung der hochgenauen **GPS-Bahnen, Satellitenuhrkorrekturen und Erdrotationsparameter**.
- Im Falle von GLONASS dient das Netz des **International GLONASS Service - Pilot Project (IGLOS-PP)** (ca. 50 Stationen) derselben Funktion.
- **Regionale Permanentnetze** (in Deutschland z.B. GREF oder SAPOS) bilden die Basis für die Verdichtung des globalen Netzes und liefern genaue Referenzpunkte, an die man sich anbinden kann.

3. GPS/GLONASS Signalstruktur

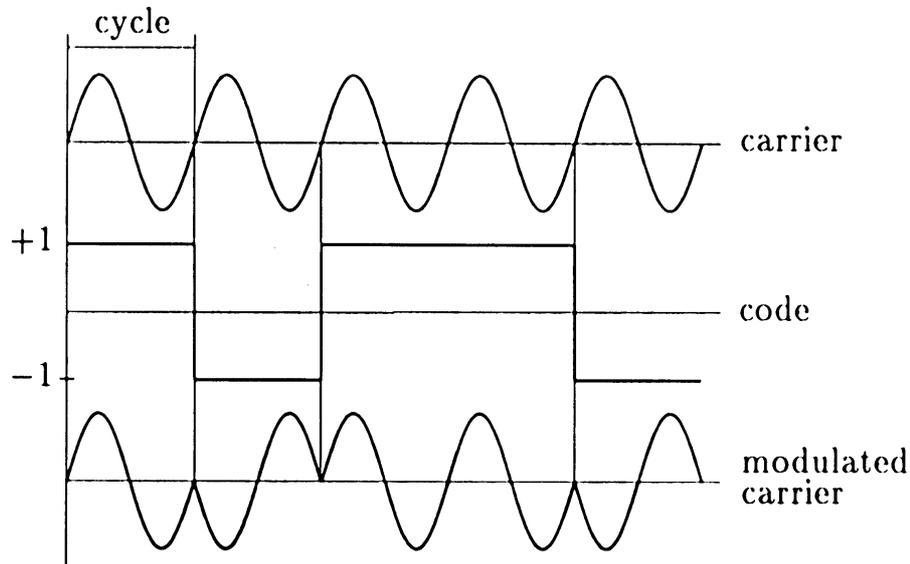
- GPS-Signale
- GLONASS-Signale
- Künstliche Verschlechterung der Signale
- Navigation Message

GPS-SIGNALE (1)



- Alle Signale werden durch **eine Atomuhr** erzeugt mit einer Frequenz von **10.23 MHz**.
- Zwei Grundfrequenzen (**carrier signals**, Sinus/Kosinuswellen, auch Träger genannt) im L-Band werden permanent von den Satelliten ausgesendet:
 - **L₁**: $f_1=1575.43$ MHz (= 154×10.23 MHz), $\lambda_1=19$ cm
 - **L₂**: $f_2=1227.60$ MHz (= 120×10.23 MHz), $\lambda_2=24$ cm
- Auf den **Sinus/Kosinuswellen** werden durch Phasenmodulation sogenannte **Codes** aufmoduliert.
- Diese Codes bestehen aus einer **Folge von binären Werten +1 und -1** (Bits). Jedesmal wenn ein Wechsel des Code-Wertes erfolgt (von +1 auf -1 oder von -1 auf +1), wird die Trägerphase um 180 Grad gedreht (siehe Abbildung auf der nächsten Seite).

GPS-SIGNALE (2)



(Hofmann-Wellenhof, 1997)

Zwei Codes sind wichtig, um dem Empfänger “mitzuteilen”, wann das Signal vom Satelliten ausgesandt wurde und um sonstige Informationen zu übermitteln. Es sind beides sogenannte **Pseudo Random Noise Codes** (PRN-Codes), pseudozufällige Folgen, die sich nach einer bestimmten Anzahl von Chips (= Bits ohne Information) wiederholen:

- **C/A-Code** (Clear Access / Coarse Acquisition), wiederholt sich nach jeweils 1 ms, Chip-Länge = 293 Meter. Der C/A-Code wird nur dem L_1 -Träger aufmoduliert.
- **P-Code** (Protected / Precise), wiederholt sich eigentlich nach 266.4 Tagen, jeder Satellit erzeugt aber nur ein 7-Tages-Stück dieses Codes. Chip-Länge = 29.3 Meter. Der P-Code wird sowohl auf die L_1 - als auch die L_2 -Trägerphase aufmoduliert.

Damit ein GPS-Empfänger eine Ortung durchführen kann, müssen die Bahndaten des Satelliten, Satellitenuhrkorrekturen und andere Zusatzinformationen ständig zur Verfügung stehen. Das GPS-Signal

muss daher diese Daten, die sogenannte **Navigation Message**, mit-
enthalten. Die Navigation Message wird also zusätzlich zu den Codes auf den Träger aufmoduliert. Die Codierung der Navigation Message benötigt 1500 Bits, die mit einer Frequenz von 50 Hz (jede 31'508'400te Welle trägt ein Bit) in 30 Sekunden übermittelt werden.

Code	C/A-Code	P-Code
Frequenz	1.023 MHz	10.23 MHz
Chipping-Rate	$1.023 \cdot 10^6$ bps	$10.23 \cdot 10^6$ bps
Chip-Länge	≈ 293 m	≈ 29.3 m
Repetitionsrate	1 ms	1 Woche
Code-Typ	37 unterschiedliche Codes	37 1-Wochen-Stücke
Eigenschaften	Einfachere Signalaquisition	Genauer

In **mathematischer Schreibweise** haben die L_1 - und L_2 -Signale die folgende Gestalt:

$$L_1(t) = A_{P_1}P(t)D(t)\cos(\omega_1 t + \phi_1(t)) + A_C C(t)D(t)\sin(\omega_1 t + \phi_1(t))$$

$$L_2(t) = A_{P_2}P(t)D(t)\cos(\omega_2 t + \phi_2(t))$$

wobei

t	Zeit (gemäss der Satellitenuhr)
A_{P_1}, A_{P_2}, A_C	Amplituden des P-Code auf L_1 und L_2 und des C/A-Code auf L_1
$P(t), C(t)$	P-Code und C/A-Code Modulationssignal (+1 oder -1)
$D(t)$	Modulationssignal der Navigation Message (+1 oder -1)
$\omega_1 = 2\pi f_1, \omega_2 = 2\pi f_2$	Kreisfrequenzen des Signals
$\phi_1(t), \phi_2(t)$	Phasenverschiebungen im L_1 - und L_2 -Signal durch Frequenzabweichungen und Rauschen

GLONASS-SIGNALE

- Auch bei GLONASS werden vom Satellit zwei **Trägerwellen** (carrier signals) erzeugt und ausgesandt.
- Jeder Satellit hat jedoch seine eigenen Frequenzen. Das Verfahren zum Auftrennen der Signale der einzelnen Satelliten durch den Empfänger am Boden anhand der unterschiedlichen Frequenzen heisst **FDMA** (Frequency Division Multiple Access). Im Gegensatz dazu nennt man die bei GPS zum Einsatz kommende Methode mit den unterschiedlichen Codes **CDMA** (Code Division Multiple Access).
- Die beiden GLONASS-Frequenzen pro Satellit sind definiert durch:
 - L_1 : $f_1 = 1602 + k \cdot 0.5625$ MHz, $\lambda_1 = 19$ cm
 - L_2 : $f_2 = 1246 + k \cdot 0.4375$ MHz, $\lambda_2 = 24$ cmwobei $k=1,2,\dots,24$ die sog. **Frequency Channel Number** ist. Das Verhältnis der Frequenzen ist $f_2/f_1 = 7/9$ (bei GPS $f_2/f_1 = 60/77$).
- Durch Phasenmodulation wird den Trägerwellen Bit-Information (Codes) mitgegeben:
 - **C/A-Code** mit 0.511 MHz
 - **P-Code** mit 5.11 MHz
- Dieselbe Code-Sequenz kann für alle Satelliten verwendet werden (Erkennen der Satelliten an der Frequenz und nicht an der Code-Sequenz).
- Ähnlich wie bei GPS wird auch eine **Navigation Message** (Bahninformation etc.), wenn auch in einem etwas anderen Format und anderem Inhalt, aufmoduliert.

KÜNSTLICHE VERSCHLECHTERUNG DER SIGNALE (1)

Das GPS ist in erster Linie ein militärisches System, d.h. dass nur die Regierung der USA darüber entscheidet, in welchem Umfang GPS allgemein zugänglich sein soll.

Zwei verschiedene Navigationsdienste stehen zur Verfügung:

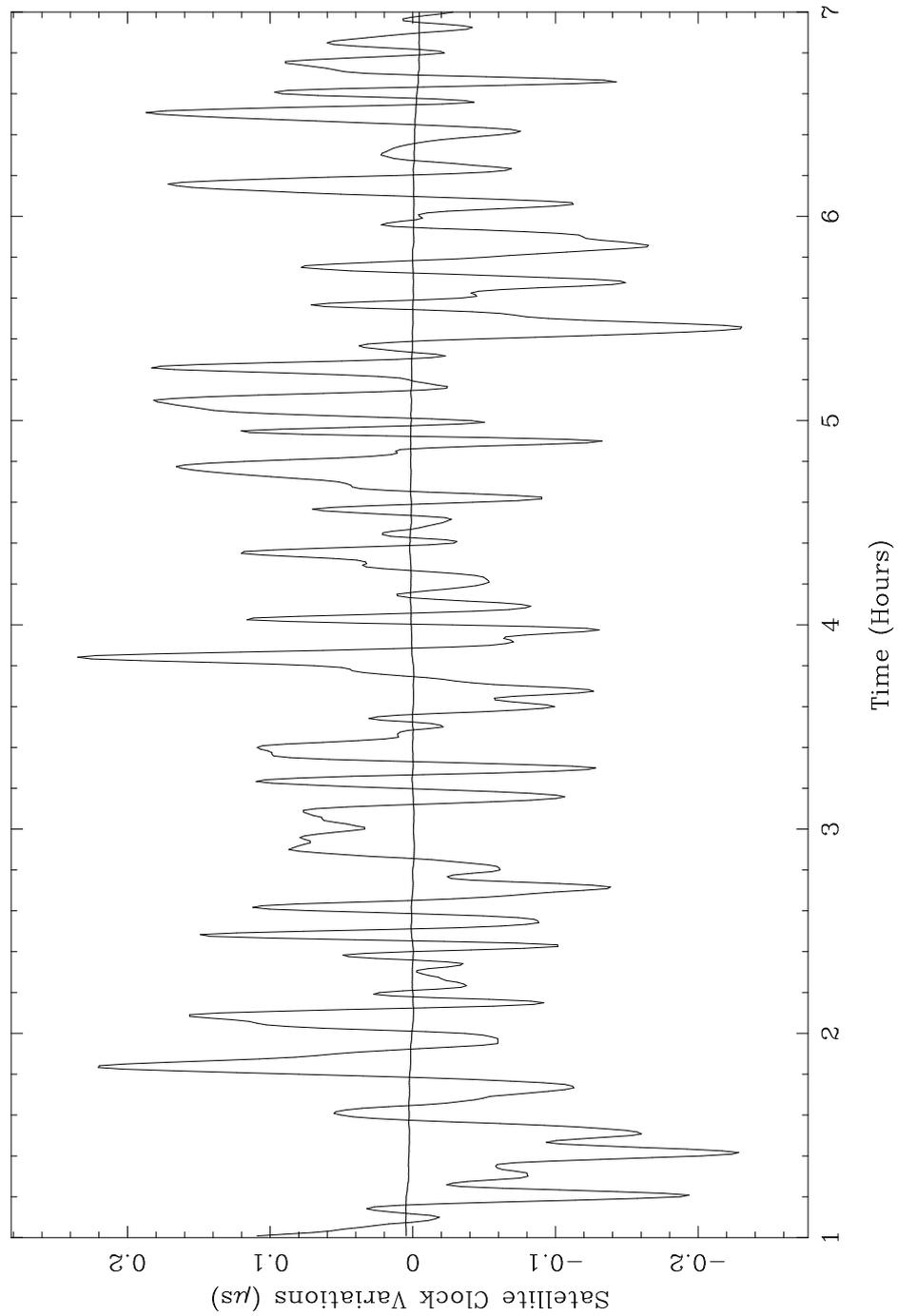
- **Standard Positioning Service (SPS):** SPS steht jedermann und weltweit uneingeschränkt und ohne Entgelt zur Verfügung. Die Navigationsgenauigkeit (absolut) liegt bei etwa 100 m.
- **Precise Positioning Service (PPS):** PPS schöpft das Genauigkeitspotential des GPS voll aus. Genauigkeit bei Navigation mit dem C/A-Code ca. 40 m, mit dem P-Code ca. 20 m. Der Nutzerkreis bleibt beschränkt auf speziell autorisierte Nutzer (US Militär).

Zwei Mechanismen des US Department of Defense (DOD) begrenzen die Genauigkeit, die zivilen Nutzern des GPS zur Verfügung steht:

- **Selective Availability (SA):**
 - Beabsichtigte Verschlechterung der Genauigkeit
 - **Epsilon:** die Navigation Message enthält fehlerhafte Bahninformation. Diese Form der “Degradation” scheint nicht benutzt zu werden. Sie ist zudem wirkungslos, wenn man die genauen IGS-Bahnen verwendet (prädizierte IGS-Bahnen stehen auch in Echtzeit zur Verfügung).
 - **Dither:** die Satellitenuhr wird manipuliert (dauernde Frequenzänderungen gemäss eines unbekanntem Algorithmus). Dies hat zur Folge, dass man die Satellitenuhrkorrektur nicht genau kennt. Beim relativen Positionieren (zwei Empfänger) ist das “Dithering” kein Problem (Satellitenuhr wird durch die Differenzbildung eliminiert).

SELECTIVE AVAILABILITY (SA): BEISPIEL

Satellitenuhrkorrekturen für PRN 15, Tag 307, 1998.



KÜNSTLICHE VERSCHLECHTERUNG DER SIGNALE (2)

- **Anti-Spoofing (AS):**
 - “to spoof” bedeutet “**beschwindeln, reinlegen**”. Ein GPS-Empfänger könnte durch einen Sender, der ein unechtes GPS-Signal aussendet, getäuscht werden und aufgrund der Signale des unechten Satelliten seine Position falsch berechnen. Anti-Spoofing soll dies verhindern.
 - Der genauere P-Code wird **verschlüsselt** durch Überlagerung des zusätzlichen **W-Code**. Der daraus resultierende **Y-Code** — $Y(t) = W(t) \cdot P(t)$ — ist geheim und nur autorisierten Benutzern zugänglich. In der mathematischen Darstellung auf Seite 24 muss dann überall $P(t)$ durch $Y(t) = W(t) \cdot P(t)$ ersetzt werden.
 - Moderne GPS-Empfänger können trotzdem präzise Code-Messungen (beinahe von der Qualität des P-Code) auf beiden Frequenzen vornehmen. Das liegt daran, dass der W-Code eine Frequenz von etwa 0.5115 MHz hat, also im Vergleich zum P-Code 20-mal weniger schnell das Bit wechselt. Der P-Code zwischen zwei W-Code-Wechseln kann benutzt werden, um das W-Code-Bit zu bestimmen (**Z-tracking** von Ashtech). Eine andere, weniger genaue Technik beruht darauf, dass der W-Code sowohl auf L_1 als auch L_2 vorhanden ist und daher $Y_1 - Y_2$ korreliert werden kann, um eine Messung für $P_1 - P_2$ zu erhalten und damit die P_2 -ähnliche Beobachtung $P'_2 = C/A - (P_1 - P_2)$ erzeugen zu können.
 - Folge von AS im allgemeinen: verstärktes Rauschen der Code-Messungen und insbesondere der L_2 -Phasenmessungen.
- Seit Januar 1994 waren **SA** und **AS** permanent eingeschaltet. Am 2. Mai 2000 wurde **SA** nun ausgeschaltet. Die Navigationsgenauigkeit ohne SA liegt jetzt im Bereich von 10 m.
- **GLONASS**: keine Signalverschlechterung durch **SA** oder **AS**.

NAVIGATION MESSAGE

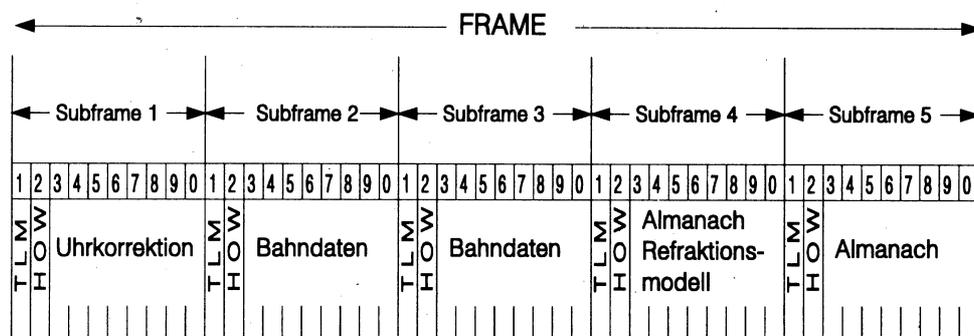
Die **Navigation Message** besteht aus **1500 Bit**, die in 30 Sekunden übertragen werden (50 Hz Takt).

Die 1500 Bit bilden ein **Frame**, das in 5 **Subframes** mit je 300 Bit (10 Wörter von je 30 Bit) aufgeteilt ist.

Für die Übermittlung der Daten in Subframes 4+5 ist ein Frame nicht genügend. Daher werden bei diesen Subframes insgesamt **25 Pages** unterschiedlichen Inhalts ausgestrahlt (= 1 Masterframe).

Die **Navigation Message** enthält die folgende Information:

- **Satellitenuhrkorrekturen** (Subframe 1): Koeffizienten a_0 , a_1 , a_2 eines Polynoms 2-ten Grades und Referenzepoche t_{oc} ; die schnellen Frequenzvariationen wegen Selective Availability (SA) sind nicht enthalten.
- **Health Status** (Subframe 1): Angaben zur Satellitengenauigkeit und Status des Satelliten (und das Alter dieser Daten).
- **Broadcast Ephemeris** (Subframes 2+3): Information zur Berechnung der Satellitenposition (Pseudo-Keplerelemente und Korrekturen).
- **Ionosphäre** (Subframes 4): Information über den Zustand der Ionosphäre (Parameter des Klobuchar-Modells).
- **UTC, Antispoofing**: Unterschied GPS-Zeit und UTC, AS-Flag.
- **Almanac Data** (Subframes 4+5): Ungefähre Bahninformationen für Langzeitprognosen.



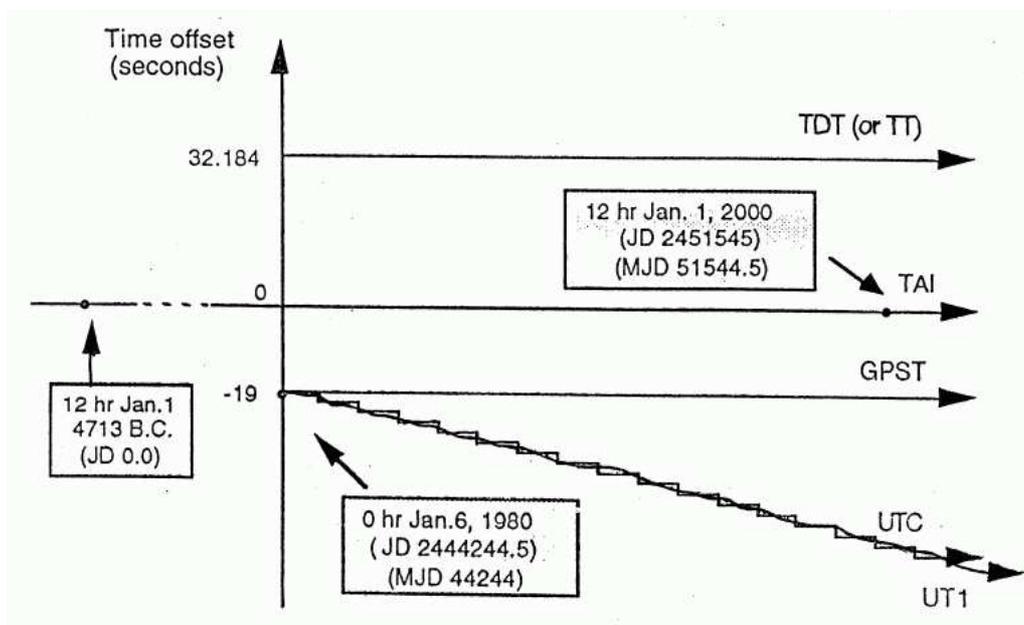
4. Zeit- und Referenzsysteme

- Zeitsysteme
- Referenzsysteme

ZEITSYSTEME (1)

Im Zusammenhang mit GPS (und GLONASS) sind die folgenden Zeitsysteme wichtig:

- **TAI** (Temps Atomique International) wird definiert durch ein Ensemble von Atomuhren. Es ist die genaueste heute realisierte Zeitskala für Zeiträume < 10 Jahre. Das fundamentale Zeitintervall von TAI ist die SI-Sekunde.
- **TDT** (Temps Dynamique Terrestre, Terrestrial Dynamic Time) ist eine dynamische Zeitskala und wird für die Integration von Satellitenbahnen verwendet. 1991 wurde sie durch **TT** (Terrestrial Time) ersetzt. In der Praxis ist TT fest mit TAI verknüpft. Dies könnte sich ändern, wenn die Atomzeit **langfristig gesehen** von der durch die physikalischen Gesetze der Mond- und Planetenbewegungen definierten Zeitskala TT abweichen würde.
- **UT1** (Universal Time 1) wird abgeleitet aus der Rotation der Erde (Erdrotation als Uhr) und zeigt daher einen ungleichmässigen Verlauf. UT1 ist insofern wichtig, als man den Bezug der Zeit zu Tag und Nacht beibehalten möchte.



ZEITSYSTEME (2)

- **UTC** (Universal Time Coordinated) unterscheidet sich von TAI nur durch eine ganze Anzahl **Schaltsekunden**. UTC wird mit dem Einfügen von Schaltsekunden immer wieder an UT1 angepasst: $|UT1 - UTC| < 0.9 \text{ sec}$ (siehe Abbildung).
- **GPS-Zeit** wird definiert durch Atomuhren, die zum GPS-Kontrollsegment gehören (z.B. Master Control Station). Sie wird immer wieder an TAI angepasst durch Vergleich von Uhren der beiden Ensembles, damit der Unterschied **TAI-GPS=19 sec** konstant bleibt.
GPS-Zeit wird gewöhnlich in **GPS-Wochen** (Beginn 06.01.1980) und **GPS-Sekunden** (seit Beginn der Woche) gezählt. Die Woche beginnt jeweils am Sonntag 00:00 UT mit Tag 0. Der 23. Mai 2000 entspricht also GPS-Woche 1063, Tag 2. Der Unterschied zwischen GPS und UTC beträgt immer eine ganze Anzahl Sekunden. Zurzeit gilt **GPS-UTC=13 sec** (April 2005).
- **GLONASS-Zeit** bezieht sich auf UTC (Moskau). GLONASS-Zeit hat daher 1-Sekundensprünge genau wie UTC, was beim Einführen einer Schaltsekunde zu Problemen führen könnte.

Die mathematischen Zusammenhänge sehen wie folgt aus:

$$\begin{aligned}TDT &= TAI + 32.184 \text{ sec} \\UTC &= TAI - n \cdot 1 \text{ sec} \\GPS &= TAI - 19 \text{ sec} \\GLONASS &= TAI - n \cdot 1 \text{ sec}\end{aligned}$$

Im Moment (April 2005) gilt $n = 32$.

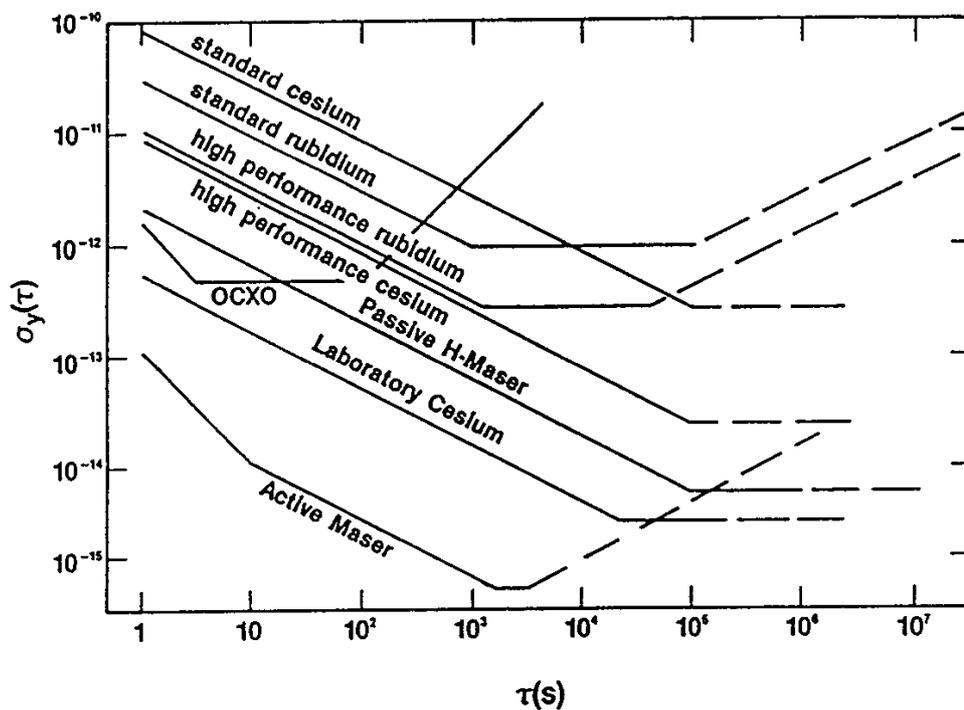
ZEITSYSTEME (3)

Frequenznormale, Uhren:

Die Genauigkeit von Uhren wird unter anderem durch die sogenannte **Allan-Varianz** beschrieben oder, einfacher ausgedrückt, durch die **relative Frequenzstabilität** $\sigma_y(\tau) = \Delta f/f$ der Uhr. Verschiedene Frequenznormale (Oszillatoren, Uhren) zeigen ein unterschiedliches Verhalten je nach dem Messzeitintervall τ . Die wesentlichsten, im Zusammenhang mit GPS vorkommenden Frequenznormale sind in der folgenden Abbildung enthalten. Für GPS-Empfänger verwendet man gewöhnlich **Quarzoszillatoren**, für die GPS-Satelliten sind **Rubidium-** und **Cäsium-Normale** im Einsatz und neuerdings für die Block IIR-Satelliten **Wasserstoffmaser (H-Maser)**.

Eine Frequenzstabilität von $\Delta f/f = 10^{-15}$ bedeutet, dass die Uhr nach einem Zeitintervall ΔT von einem Jahr die Zeit um $\Delta\tau$ falsch angibt:

$$\Delta\tau = \frac{\Delta f}{f} \cdot \Delta T = 10^{-15} \cdot 3.16 \cdot 10^7 \text{ sec} = 0.316 \mu\text{sec}$$



REFERENZSYSTEME

Bevor wir ein paar Referenzsysteme vorstellen, wollen wir den Unterschied zwischen einem **Reference System** und einem **Reference Frame** erläutern (in Deutsch fehlen entsprechende Begriffe):

- **Reference System: Definition** des Referenzsystems (Konventionen, Modelle: z.B. Massenschwerpunkt der Erde als Ursprung, Erdzeiten korrigiert mit dem Modell soundso, ...). Ein solches Referenzsystem ist beispielsweise das **International Terrestrial Reference System (ITRS)**.
- **Reference Frame (Frame=Rahmen): Realisierung** des Referenzsystems durch einen Satz von geozentrischen Koordinaten und Geschwindigkeiten. Ein Beispiel ist das ITRF96 (International Terrestrial Reference Frame 1996) mit der Epochenangabe 1997.0 (da sich ja die Koordinaten mit der Zeit verändern).

Die folgenden "Reference Systems" und "Frames" sind für GPS (und GLONASS) wichtig:

ITRF_{yy}: Ungefähr jährlich wird aus Beiträgen von **VLBI** (Very Long Baseline Interferometry), **SLR** (Satellite Laser Ranging), **GPS**, ... (ein paar Hundert Stationen) eine neue (genauere) Realisierung des ITRS berechnet (yy=Jahr der Berechnung). Die Genauigkeit der Stationskoordinaten und Geschwindigkeiten beträgt rund **5-15 mm** respektive **2-3 mm/Jahr**. Die sehr genauen **GPS-Satellitenbahnen des IGS** (IGS Precise Orbits) beziehen sich auf dieses System. Die Abbildung auf der nächsten Seite gibt die Entwicklung der GPS-Koordinaten der Station Wettzell (Bayrischer Wald) wieder und zeigt sehr schön, wie sich die Station im ITRF97 aufgrund der Plattentektonik verschiebt.

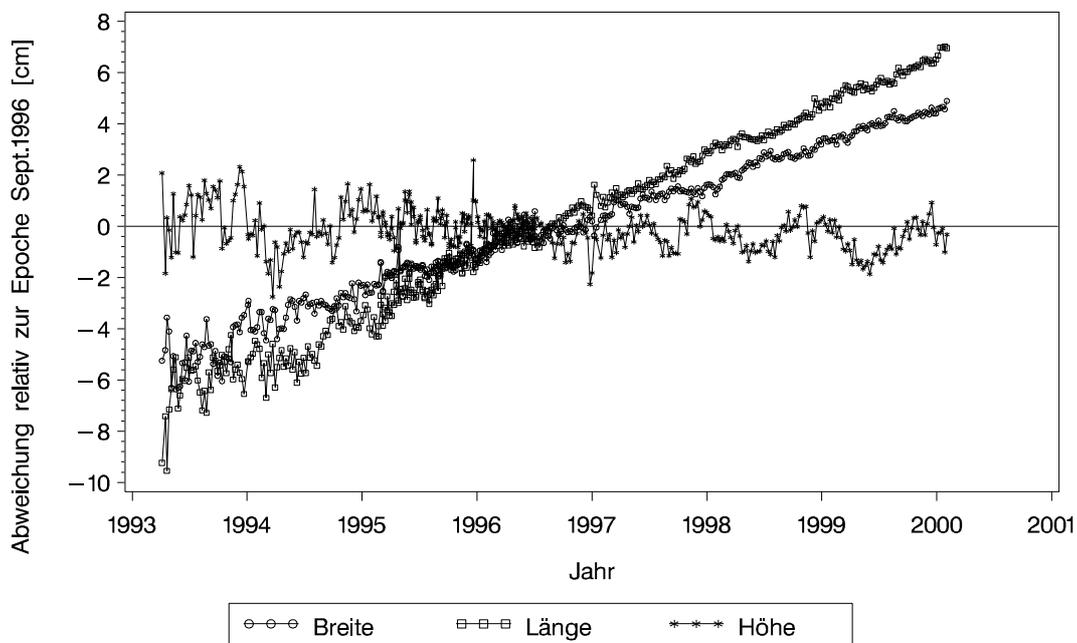
WGS-84: Das **World Geodetic System 1984** ist das eigentliche Referenzsystem des GPS. Dieses System wird durch die Koordinaten der 5 Monitor Stations (siehe Seite 19) realisiert und stimmt innerhalb von ca. 5 cm mit den ITRFs überein. Die

Broadcast Ephemerides beziehen sich auf dieses System. Wegen der Bahn- und Satellitenuhrfehler der Broadcast Ephemerides kann man sich in diesem System “nur” mit **Metergenauigkeit** einmessen. Zur Definition des WGS-84 gehören noch weitere Größen wie Schwerefeldkoeffizienten der Erde, Werte für die Lichtgeschwindigkeit c und GM (Produkt aus Gravitationskonstante und Erdmasse) etc.

PZ-90: Das zum WGS-84 analoge Referenzsystem für GLONASS. Im Gegensatz zum WGS-84 ist es allerdings gegenüber den ITRFs stark verdreht (Z-Rotation von rund 0.3°).

ETRS89: Bei diesem **European Terrestrial Reference System 1989.0** wurde die mittlere Plattenbewegung der europäischen Stationen abgezogen. Dadurch werden die Bewegungen der meisten europäischen Stationen in diesem System sehr klein. Die Koordinaten der **EUREF**-Punkte (Europäisches Referenznetz) sind in diesem System gegeben.

DREF: Das Deutsche Referenznetz DREF ist eine Realisierung des ETRS89, d.h. die DREF-Punktkoordinaten (rund 110 Punkte) beziehen sich auf das ETRS89.

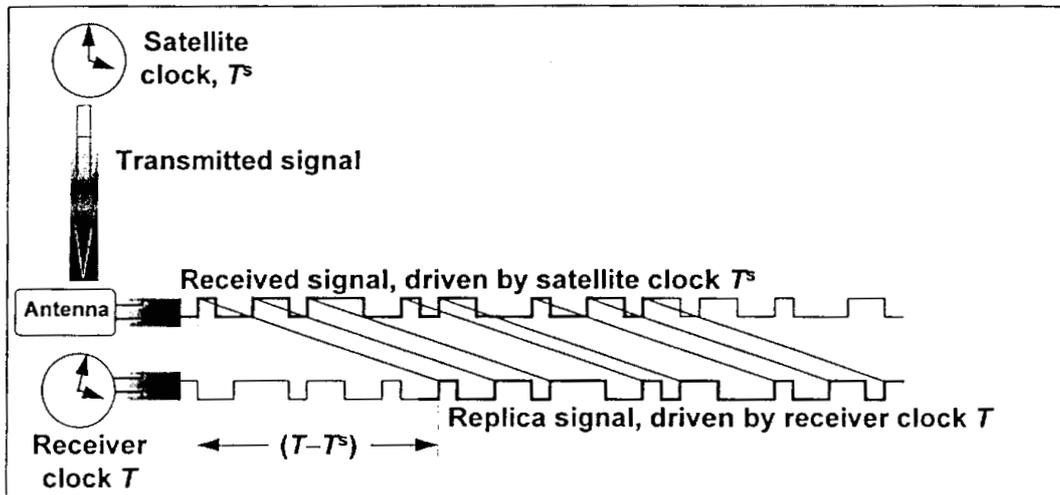


Bewegung der Station Wettzell (Bayern)

5. Beobachtungsgleichungen

- Pseudorange- oder Code-Messungen
- Phasenmessungen (Carrier Phase)
- Verbessertes Modell der Beobachtungen

PSEUDORANGE- ODER CODE-MESSUNG (1)



(Blewitt, 1996)

Der Satellit generiert gemäss seiner Uhr eine bestimmte Code-Sequenz. Der Empfänger am Boden wiederum erzeugt mit seiner Uhr dieselbe bekannte Sequenz ("Replica" oder Kopie des Signals). Durch Korrelation des empfangenen Satellitensignals mit dem im Empfänger erzeugten Signal, kann der Empfänger die Signallaufzeit vom Satelliten zum Empfänger bestimmen: das im Empfänger erzeugte Signal wird zeitlich solange verschoben, bis **maximale Übereinstimmung** (Korrelation) mit dem empfangenen Satellitensignal erreicht ist. Diese maximale Korrelation wird nun während der ganzen Messzeit durch einen "Tracking Loop" aufrechterhalten. Für die **zeitliche Verschiebung**, die zu einem bestimmten Zeitpunkt gemessen wird, gilt:

$$\Delta T = T_r - T^s \quad (1)$$

Da ΔT auch die Fehler der Satelliten- und der Empfängeruhr enthält, wird die daraus berechnete Distanz $c \cdot \Delta T$ nicht als "Range" (Distanz) sondern als **Pseudorange** (Pseudodistanz; durch die Uhrfehler verfälscht) bezeichnet.

PSEUDORANGE- ODER CODE-MESSUNG (2)

Für die **Pseudorange- oder Code-Messung** P_r^s kann man also schreiben:

$$P_r^s = c(T_r - T^s) \quad (2)$$

Dabei gilt:

- Die Uhr des **Empfängers** r zeigt T_r an, wenn das Signal (eine bestimmte Code-Sequenz) empfangen wird. T_r ist also im Zeitsystem der Empfängeruhr gegeben.
- Die Uhr des **Satelliten** s zeigt T^s an, wenn das Signal ausgesandt wird. T^s ist also im Zeitsystem der Satellitenuhr gegeben.
- c : Lichtgeschwindigkeit im Vakuum

Genauer ausgeschrieben gilt also:

$$\begin{aligned} P_r^s &= c(T_r - T^s) \\ &= c(t_r + \delta t_r - t^s - \delta t^s) \\ &= c(t_r - t^s) + c\delta t_r - c\delta t^s \\ &= \rho_r^s + c\delta t_r - c\delta t^s \end{aligned} \quad (3)$$

Dabei sind die verwendeten Grössen wie folgt definiert:

t_r, t^s Zeitpunkte des Empfangs und der Emission des Signals in **GPS-Zeit**

$\delta t_r, \delta t^s$ Empfänger- und Satellitenuhrfehler (Synchronisationsfehler gegenüber GPS-Zeit)

ρ_r^s **Distanz** zwischen Empfänger und Satellit

Dies ist ein sehr vereinfachtes Modell. Insbesondere tauchen keine Verzögerungen durch die Atmosphäre auf.

Die Distanz ρ_r^s berechnet sich aus der **Satellitenposition** (x^s, y^s, z^s) und der **Empfängerposition** (x_r, y_r, z_r) nach Pythagoras:

$$\rho_r^s = \sqrt{(x^s - x_r)^2 + (y^s - y_r)^2 + (z^s - z_r)^2} \quad (4)$$

PSEUDORANGE- ODER CODE-MESSUNG (3)

Schauen wir uns die Gleichungen (3) und (4) an, so sehen wir:

Bekannt aufgrund der Navigation Message (siehe Kapitel 7):

- die **Satellitenposition** (x^s, y^s, z^s) (berechenbar aus den Pseudo-Keplerelementen der Navigation Message)
- der **Satellitenuhrfehler** δt^s (berechenbar aus den Uhr-Polynomkoeffizienten der Navigation Message)

4 Unbekannte:

- **Empfängerposition** (x_r, y_r, z_r)
- **Empfängeruhrfehler** δt_r

Wenn Code-Messungen zu **4 Satelliten** (s_1, s_2, s_3, s_4) vorhanden sind (siehe Illustration auf der nächsten Seite), erhält man das folgende Gleichungssystem mit 4 Gleichungen und 4 Unbekannten:

$$P_r^{s_1} = \sqrt{(x^{s_1} - x_r)^2 + (y^{s_1} - y_r)^2 + (z^{s_1} - z_r)^2} + c\delta t_r - c\delta t^{s_1} \quad (5)$$

$$P_r^{s_2} = \sqrt{(x^{s_2} - x_r)^2 + (y^{s_2} - y_r)^2 + (z^{s_2} - z_r)^2} + c\delta t_r - c\delta t^{s_2} \quad (6)$$

$$P_r^{s_3} = \sqrt{(x^{s_3} - x_r)^2 + (y^{s_3} - y_r)^2 + (z^{s_3} - z_r)^2} + c\delta t_r - c\delta t^{s_3} \quad (7)$$

$$P_r^{s_4} = \sqrt{(x^{s_4} - x_r)^2 + (y^{s_4} - y_r)^2 + (z^{s_4} - z_r)^2} + c\delta t_r - c\delta t^{s_4} \quad (8)$$

Dieses Gleichungssystem für die Unbekannten x_r, y_r, z_r und δt_r ist **nicht linear** und muss — beginnend mit Näherungswerten für die Unbekannten — **iterativ** gelöst werden (Linearisierung).

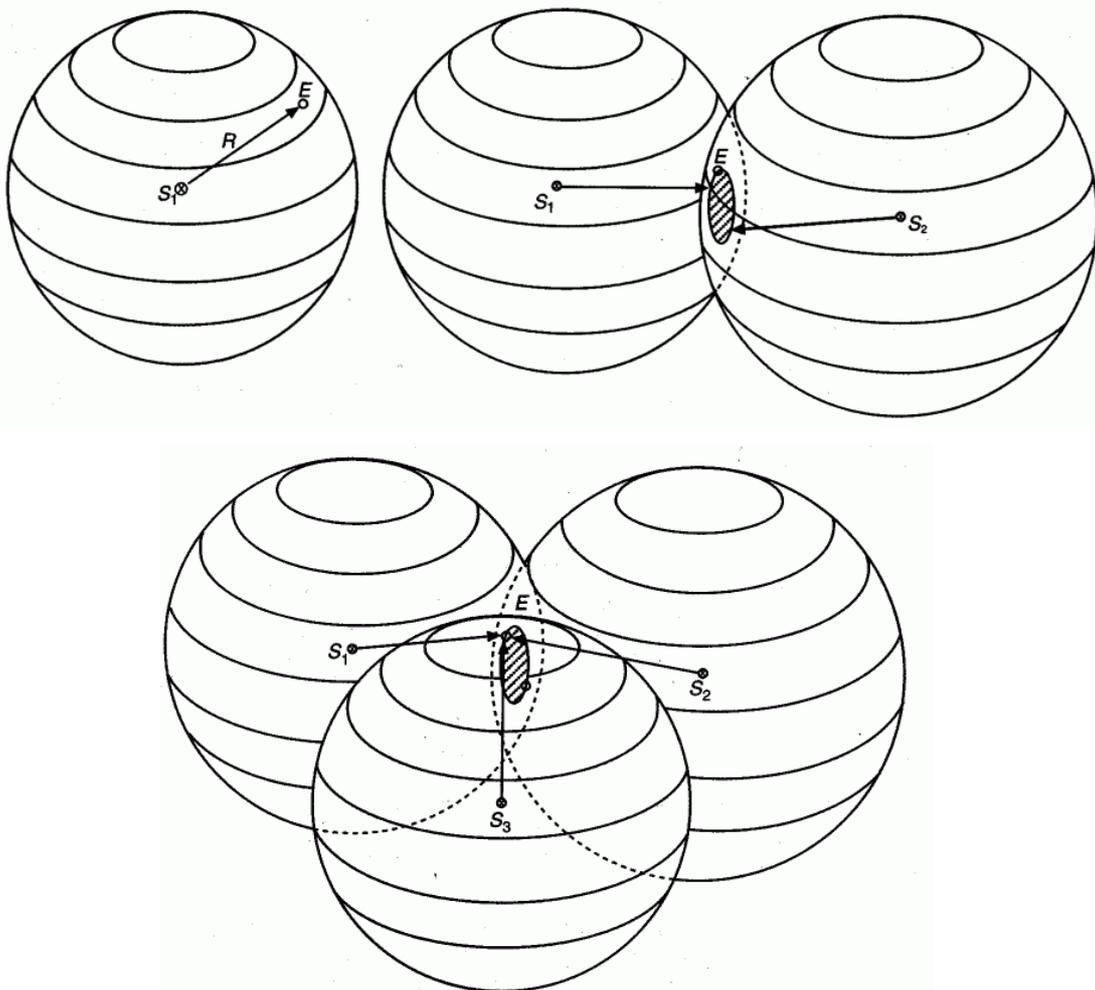
Falls **mehr als 4 Satelliten** gemessen wurden oder mehrere Messepochen zusammengefasst werden, um die Position des Empfängers (und die Empfängeruhrfehler) zu bestimmen, dann kommt die **Ausgleichsrechnung** (Methode der kleinsten Quadrate) zum Zuge. In Kapitel 11 werden wir diese Thematik eingehender behandeln.

PSEUDORANGE- ODER CODE-MESSUNG (4)

Wenn in der Rechnung **genaue Satellitenbahnen** und **Satellitenuhrkorrekturen** (beide z.B. vom IGS) verwendet werden, kann man mit Code-Messungen eine Positionsgenauigkeit im **1m-Bereich** erreichen.

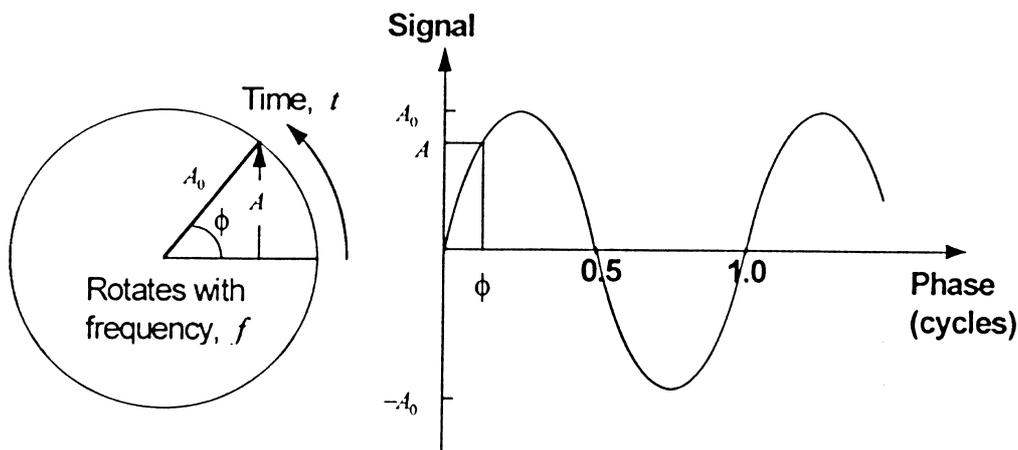
Illustration:

Die Kugel als **geometrischer Ort** aller Punkte, die von einem Satelliten die Entfernung $R = \rho_r^s$ haben. Wenn man zwei Satelliten betrachtet, erhält man als Schnittmenge der zwei Kugeln einen Kreis, bei drei Kugeln im allgemeinen nur noch einen Punkt. Den vierten Satelliten brauchen wir zur Bestimmung der Empfängeruhrkorrektur.



PHASENMESSUNGEN (CARRIER PHASE) (1)

Eine schöne Herleitung der Beobachtungsgleichung für die Phasenmessungen findet sich in (Blewitt, 1996):



Bei einer gleichmässigen Rotation mit der Frequenz f nimmt die Phasenlage (oder kurz Phase) Φ linear mit der Zeit t zu

$$\Phi = f \cdot t + \Phi_0 \quad (9)$$

wobei Φ_0 eine unbekannte Anfangsphase bezeichnet. Die Phasenlage wird gemessen in Zyklen (**cycles**, Anzahl Schwingungen).

Für die **Phasenmessung** ϕ_A^j des Satelliten j durch den Empfänger A gilt in dem Moment, in dem die Empfängeruhr die Zeit T_A zeigt:

$$\phi_A^j = \Phi_{0,A} - \Phi_{GPS,A}^j \quad (10)$$

$\Phi_{0,A}$ Von der Empfängeruhr erzeugte **Referenzphase** (cycles) zum Zeitpunkt T_A in der Empfängeruhrzeit.

$\Phi_{GPS,A}^j$ **GPS-Phasensignal** (cycles), wie es für den Satelliten j zum Empfängerzeitpunkt T_A vom Empfänger registriert wird.

PHASENMESSUNGEN (CARRIER PHASE) (2)

Das GPS-Signal (Phasenlage) bleibt dasselbe, wenn es vom Satelliten zum Empfänger läuft. Der Empfänger kennt aber die Phasenlage nur bis auf eine unbekannte Anzahl von ganzen Zyklen, also gilt:

$$\Phi_{GPS,A}^j = \Phi_A^{GPS,j} - N_A^j \quad (11)$$

mit

$\Phi_A^{GPS,j}$ GPS-Phase (cycles), ausgesandt zum Empfänger A zum Zeitpunkt T^j im Zeitsystem des Satelliten j .

N_A^j **Phasenmehrdeutigkeit** (“integer phase ambiguity”, “initial phase bias”) für den Satelliten j und den Empfänger A .

Wenn der Empfänger das GPS-Signal verliert (“loss of lock”), kann er die ankommenden Wellenzüge nicht mehr kontinuierlich zählen und es kommt zu einem **Sprung von einer ganzen Anzahl Zyklen** im Wert von N_A^j , einem sogenannten **Cycle Slip**. Die Vorverarbeitung von GPS-Daten muss sich daher mit dem Korrigieren solcher Phasensprünge befassen (“cycle slip fixing”).

Die **Phase des Referenzsignals** (vom Empfänger erzeugt) läuft im Gleichschritt mit der Empfängeruhr, die zum Empfangszeitpunkt T_A anzeigt (siehe (9)):

$$\Phi_{0,A} = f T_A + \alpha_A \quad (12)$$

mit der Nominalfrequenz f und einem Instrumentenfehler α_A (Verzögerungen in Kabeln und Elektronik etc.).

Die **Phase des GPS-Signals** (vom Satelliten erzeugt) läuft im Gleichschritt mit der Satellitenuhr, die im Moment der Emission auf T_j steht (im Zeitsystem der Satellitenuhr):

$$\Phi_A^{GPS,j} = f T^j + \alpha^j \quad (13)$$

mit dem Instrumentenfehler α^j für den Satelliten j . Mit (11) folgt dann

$$\Phi_{GPS,A}^j = \Phi_A^{GPS,j} - N_A^j = f T^j + \alpha^j - N_A^j \quad (14)$$

PHASENMESSUNGEN (CARRIER PHASE) (3)

Damit erhalten wir durch Einsetzen von (12) und (14) in (10) die Beobachtungsgleichung für die Phasenmessung:

$$\begin{aligned}\phi_A^j &= \Phi_{0,A} - \Phi_{GPS,A}^j \\ &= (f T_A + \alpha_A) - (f T^j + \alpha^j - N_A^j) \\ &= f (T_A - T^j) + (N_A^j - \alpha^j + \alpha_A)\end{aligned}\quad (15)$$

Multiplizieren wir diese Gleichung noch mit der nominellen Wellenlänge $\lambda = c/f$, so ergibt sich die Phasenbeobachtungsgleichung ausgedrückt in Längeneinheiten:

$$\begin{aligned}L_A^j &= \lambda \phi_A^j \\ &= c (T_A - T^j) + \lambda (N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \\ &= c (T_A - T^j) + b_A^j\end{aligned}\quad (16)$$

mit

$$b_A^j = \lambda (N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \quad (17)$$

Den Term $c (T_A - T^j)$ bezeichnet man als **Pseudorange-Term** (siehe (3)) und b_A^j als **“phase bias”** oder Ambiguity-Term (Achtung: b_A^j ist wegen der Instrumentenfehler nicht ganzzahlig). Unter Benutzung von (3) folgt:

$$L_A^j = \rho_A^j + c \delta t_A - c \delta t^j + b_A^j \quad (18)$$

In dieser vereinfachten Form unterscheidet sich die Phasenbeobachtungsgleichung von derjenigen des Codes nur im Ambiguity-Term b_A^j . Für jeden Satelliten j gibt es also bei der Auswertung von Phasenbeobachtungen eine **weitere Unbekannte** b_A^j , die aus den Beobachtungen bestimmt werden muss. Der Wert von b_A^j bleibt gleich, solange der Empfänger A das Signal des Satelliten j nicht verliert. Sobald ein Unterbruch stattfindet, muss ein neuer Wert für b_A^j bestimmt werden. Der Wert von b_A^j vor und nach dem Signalverlust unterscheidet sich um eine **ganze Anzahl Wellenlängen (cycle slip)**.

VERBESSERTES MODELL FÜR DIE BEOBACHTUNGEN (1)

Bisher wurden weder die Verzögerungen der Signale in der Troposphäre und der Ionosphäre noch relativistische Korrekturen und Messfehler in der Beobachtungsgleichung berücksichtigt. Um wirklich hochgenaue GPS-Resultate zu erzielen, müssen noch viele Modellierungsdetails in die Beobachtungsgleichung einfließen.

Schauen wir uns nochmals die Beobachtungsgleichung (18) für die Phasenmessungen an. Der Term $\rho_A^j = c(t_A - t^j) = c\tau_A^j$ enthält neben der geometrischen Distanz zwischen Satellit und Empfänger alle Effekte, die die Signalausbreitung vom Satellit zum Empfänger beeinflussen. Wir müssen daher den Term mit der **Lichtlaufzeit** τ_A^j folgendermassen erweitern und ergänzen:

$$c\tau_A^j = |\vec{r}_A(t_A) - \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)| + \delta\rho_{A,trp}^j + \delta\rho_{A,ion}^j + \delta\rho_{A,rel}^j + \delta\rho_{A,mul}^j \quad (19)$$

wobei

$\vec{r}_A(t_A)$ Empfängerposition zur Empfangszeit t_A

$\vec{r}^j(t^j) = \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)$: Satellitenposition zur Emissionszeit t^j

$\delta\rho_{A,trp}^j$ Signalverzögerung in der **Troposphäre**

$\delta\rho_{A,ion}^j$ Signalverzögerung in der **Ionosphäre**

$\delta\rho_{A,rel}^j$ **Relativistische** Korrektur

$\delta\rho_{A,mul}^j$ Einfluss der **Mehrwegeausbreitung** ("multipath")

Fügen wir noch den **Messfehler** ϵ_A^j der Beobachtung hinzu, so erhalten wir insgesamt für die **Phasenbeobachtungsgleichung** (18):

$$L_A^j = |\vec{r}_A(t_A) - \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)| + \delta\rho_{A,trp}^j + \delta\rho_{A,ion}^j + \delta\rho_{A,rel}^j + \delta\rho_{A,mul}^j + c\delta t_A - c\delta t^j + \lambda(N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) + \epsilon_A^j \quad (20)$$

Bemerkung zu Gleichung (19): Die Lichtlaufzeit τ_A^j kommt auf beiden Seiten der Gleichung vor !

VERBESSERTES MODELL FÜR DIE BEOBACHTUNGEN (2)

Für die Pseudorange- oder Code-Messung P_A^j gilt entsprechend:

$$P_A^j = |\vec{r}_A(t_A) - \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)| + \delta\rho_{A,trp}^j - \delta\rho_{A,ion}^j + \delta\rho_{A,rel}^j + \delta\rho_{A,mul,C}^j + c\delta t_A - c\delta t^j - c\beta^j + c\beta_A + \epsilon_{A,C}^j \quad (21)$$

wobei

$\delta\rho_{A,mul,C}^j$ Einfluss der **Mehrwegeausbreitung** (“multipath”) auf die Code-Messungen

β^j Signalverzögerung im Satelliten j (von der Generierung bis zum Aussendepunkt)

β_A Signalverzögerung im Empfänger A (vom Antennenphasenzentrum durch Vorverstärker und Kabel bis zum Korrelator des Empfängers)

$\epsilon_{A,C}^j$ Messfehler der Code-Beobachtung

Alle anderen Terme sind bereits beschrieben worden. Zu beachten ist allerdings, dass die Signalverzögerung $\delta\rho_{A,ion}^j$ durch die **Ionosphäre** für Code-Messungen mit dem umgekehrten Vorzeichen angebracht wurde (Phasen- und Gruppengeschwindigkeit; siehe Kapitel 8).

6. Differenzbildung, Linearkombinationen

- Single-, Double- und Triple-Differences
- Absolute und relative Positionierung
- Linearkombinationen der Originalmessungen

SINGLE DIFFERENCES (EINFACHDIFFERENZEN) (1)

Idee: Eliminieren des **Satellitenuhrfehlers** δt^j , indem die Differenzen zwischen den Beobachtungen **zweier Empfänger** A und B (Basislinie $A - B$) gebildet werden, die denselben Satelliten j beobachtet haben (siehe Abbildung Seite 49):

$$L_A^j = \rho_A^j + \delta\rho_A^j + c\delta t_A - c\delta t^j + b_A^j + \epsilon_A^j \quad (1)$$

$$L_B^j = \rho_B^j + \delta\rho_B^j + c\delta t_B - c\delta t^j + b_B^j + \epsilon_B^j \quad (2)$$

Dabei wurden die atmosphärischen, relativistischen und Multipath-Korrekturen in den Grössen $\delta\rho_A^j$ und $\delta\rho_B^j$ zusammengefasst, so dass die Terme ρ_A^j und ρ_B^j nur noch die geometrische Distanz zwischen Satellit und Empfänger beinhalten.

$$\begin{aligned} \delta\rho_A^j &= \delta\rho_{A,trp}^j + \delta\rho_{A,ion}^j + \delta\rho_{A,rel}^j + \delta\rho_{A,mul}^j \\ \delta\rho_B^j &= \delta\rho_{B,trp}^j + \delta\rho_{B,ion}^j + \delta\rho_{B,rel}^j + \delta\rho_{B,mul}^j \end{aligned} \quad (3)$$

Die Differenz der zwei Gleichungen (1) und (2) ist dann gegeben durch:

$$\begin{aligned} \Delta L_{AB}^j &= L_A^j - L_B^j \\ &= (\rho_A^j + \delta\rho_A^j + c\delta t_A - c\delta t^j + b_A^j + \epsilon_A^j) - \\ &\quad (\rho_B^j + \delta\rho_B^j + c\delta t_B - c\delta t^j + b_B^j + \epsilon_B^j) \\ &= \Delta\rho_{AB}^j + \Delta\delta\rho_{AB}^j + c\Delta\delta t_{AB} + \Delta b_{AB}^j + \Delta\epsilon_{AB}^j \end{aligned} \quad (4)$$

wobei $\Delta \dots$ jeweils die Differenz zwischen den zwei Stationen A und B bezeichnen soll, also $\Delta\rho_{AB}^j = \rho_A^j - \rho_B^j$, $\Delta\delta\rho_{AB}^j = \delta\rho_A^j - \delta\rho_B^j$, etc.

Wichtige Bemerkungen:

- Der **Satellitenuhrfehler** wurde nicht, wie oft angenommen wird, vollständig eliminiert, weil

$$\delta t_{t_A - \tau_A}^j \neq \delta t_{t_B - \tau_B}^j = \delta t_{t_A - \Delta t_{AB} - \tau_B}^j \quad (5)$$

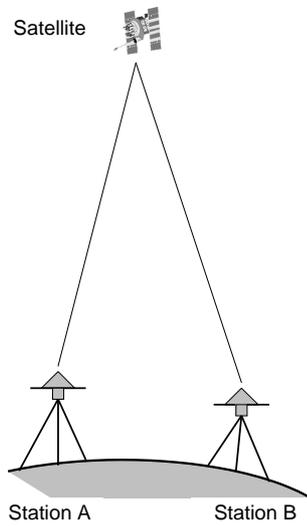
Die Beobachtung muss ja für den Satellitenuhrfehler, so wie er zum **Aussendezeitpunkt** $t_A - \tau_A^j$ resp. $t_B - \tau_B^j$ stand, korrigiert werden.

SINGLE DIFFERENCES (EINFACHDIFFERENZEN) (2)

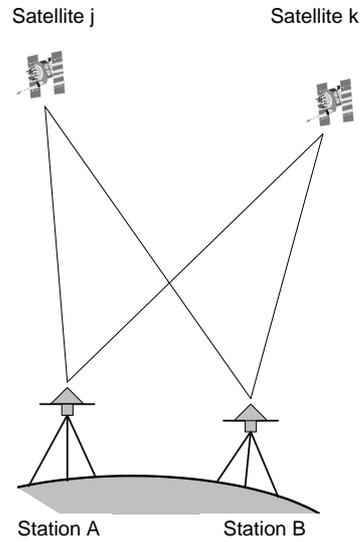
- Die Empfänger müssen daher möglichst gleichzeitig messen. Der **Synchronisationsfehler** $\Delta\delta t_{AB}$ zwischen den zwei Empfängeruhren muss unter **SA** (Selective Availability) kleiner sein als **1 Millisekunde** ($\Delta\delta t_{AB} < 1 \text{ ms}$), da sich die Satellitenuhr durchaus in einer Minute um etwa 60 m (0.2 Mikrosekunden) ändern kann (siehe Abbildung Seite 27).
- Die Vernachlässigung der Änderung der Satellitenuhr innerhalb einer Millisekunde hat dann nur noch einen Modellierfehler der Beobachtungen von etwa 1 mm zur Folge (Größenordnung des Phasenmessrauschens). Die heutigen Empfänger sorgen automatisch dafür, dass sie ihre Messungen innerhalb von 1 Millisekunde genau in GPS-Zeit durchführen.
- Für **lange Basislinien** sind die Lichtlaufzeiten τ_A^j und τ_B^j verschieden, unabhängig davon, ob die Empfänger gleichzeitig messen. Dieser Effekt wird auch in wissenschaftlichen Softwarepaketen gewöhnlich nicht berücksichtigt, da dies zu sehr komplizierten Algorithmen führen würde.
- Bei kurzen Basislinien werden neben der Satellitenuhr auch andere Fehlerquellen stark reduziert: Satellitenbahnfehler, **troposphärische** und **ionosphärische Verzögerung**, relativistische Effekte. $\Delta\rho_{AB}^j$ enthält ja nur noch die Differenz der Einflüsse auf die zwei Stationen und diese Einflüsse sind für nahe Stationen fast identisch. Multipath wird durch die Differenzbildung jedoch nicht verringert.
- Das Messrauschen der Single Differences ist gegenüber den ursprünglichen Messungen um $\sqrt{2}$ **erhöht**:

$$\sigma(\Delta\epsilon_{AB}^j) = \sqrt{\sigma(\epsilon_A^j)^2 + \sigma(\epsilon_B^j)^2} \approx \sqrt{2\sigma(\epsilon_A^j)^2} = \sqrt{2} \sigma(\epsilon_A^j) \quad (6)$$

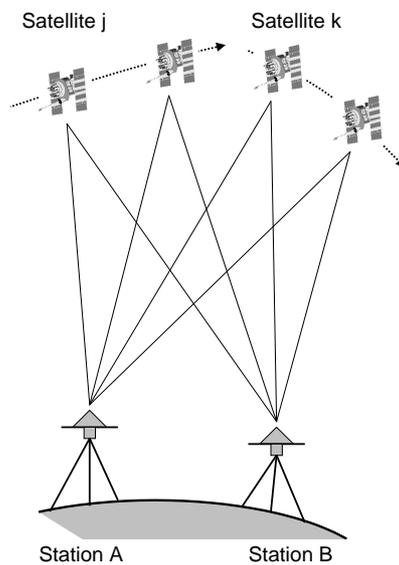
ABBILDUNGEN ZUR DIFFERENZBILDUNG



Single Difference (Einfachdifferenz)



Double Difference (Doppeldifferenz)



Triple Difference (Dreifachdifferenz)

DOUBLE DIFFERENCES (DOPPELDIFFERENZEN) (1)

Idee: Eliminierung des unbekanntes **Empfängeruhrfehlers**, indem die Differenzen zwischen den Beobachtungen **zweier Satelliten** j und k gebildet werden, die je von A und B beobachtet wurden (siehe Abbildung Seite 49). Die zwei Single-Difference-Beobachtungsgleichungen für die beiden Satelliten j und k lauten:

$$\Delta L_{AB}^j = \Delta \rho_{AB}^j + \Delta \delta \rho_{AB}^j + c \Delta \delta t_{AB} + \Delta b_{AB}^j + \Delta \epsilon_{AB}^j \quad (7)$$

$$\Delta L_{AB}^k = \Delta \rho_{AB}^k + \Delta \delta \rho_{AB}^k + c \Delta \delta t_{AB} + \Delta b_{AB}^k + \Delta \epsilon_{AB}^k \quad (8)$$

Die Differenz zwischen den Gleichungen (7) und (8) ergibt:

$$\begin{aligned} \nabla \Delta L_{AB}^{jk} &= \Delta L_{AB}^j - \Delta L_{AB}^k \\ &= (\Delta \rho_{AB}^j + \Delta \delta \rho_{AB}^j + c \Delta \delta t_{AB} + \Delta b_{AB}^j + \Delta \epsilon_{AB}^j) - \\ &\quad (\Delta \rho_{AB}^k + \Delta \delta \rho_{AB}^k + c \Delta \delta t_{AB} + \Delta b_{AB}^k + \Delta \epsilon_{AB}^k) \\ &= \nabla \Delta \rho_{AB}^{jk} + \nabla \Delta \delta \rho_{AB}^{jk} + \nabla \Delta b_{AB}^{jk} + \nabla \Delta \epsilon_{AB}^{jk} \end{aligned} \quad (9)$$

Wichtige Bemerkungen:

- Obschon der **Empfängeruhrfehler vollständig eliminiert** wird (da beide Satelliten exakt zur selben Zeit gemessen werden), müssen wir trotzdem diesen Uhrfehler mit einer Genauigkeit von rund **0.3 μ s** kennen, um die **Satellitenpositionen** zur richtigen Epoche zu berechnen. Das Zeitargument in der Gleichung (19) auf Seite 44 bezieht sich auf GPS-Zeit — sowohl IGS als auch die Broadcast Ephemeris sind in GPS-Zeit gegeben — und nicht auf Empfängerzeit.
- Wenn wir eine **Satellitengeschwindigkeit** von etwa 3 km/s relativ zum Empfänger annehmen, so verändert sich die Distanz Satellit-Empfänger in 0.3 μ s um etwa **1 mm**, was etwa dem Messrauschen entspricht.

DOUBLE DIFFERENCES (DOPPELDIFFERENZEN) (2)

- Die **Doppeldifferenz-Mehrdeutigkeiten** $\nabla\Delta b_{AB}^{jk}$ (Double Difference Ambiguities) sind nun wirklich **ganze Zahlen**, da

$$\begin{aligned}\nabla\Delta b_{AB}^{jk} &= +\lambda(N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \\ &\quad -\lambda(N_B^j - \alpha^j + \alpha_B) \\ &\quad -\lambda(N_A^k - \alpha^k + \alpha_A) \\ &\quad +\lambda(N_B^k - \alpha^k + \alpha_B) \\ &= \lambda(N_A^j - N_B^j - N_A^k + N_B^k) \\ &= \lambda\nabla\Delta N_{AB}^{jk}\end{aligned}\tag{10}$$

Das heisst, dass die Instrumentenfehler durch die doppelte Differenzbildung ebenfalls eliminiert wurden.

- Dies zeigt, dass die sogenannte “**Ambiguity Resolution**” (das Festsetzen der Ambiguities $\nabla\Delta N_{AB}^{jk}$ auf die korrekten ganzen Zahlen von Zyklen) nur auf der **Ebene der Doppeldifferenzen** möglich ist.
- Das Messrauschen der Doppeldifferenzen ist um den **Faktor 2** grösser als dasjenige der Originalmessungen (Zero-Differences):

$$\begin{aligned}\sigma(\nabla\Delta\epsilon_{AB}^{jk}) &= \sqrt{\sigma(\epsilon_A^j)^2 + \sigma(\epsilon_B^j)^2 + \sigma(\epsilon_A^k)^2 + \sigma(\epsilon_B^k)^2} \\ &\approx \sqrt{4\sigma(\epsilon_A^j)^2} = 2\sigma(\epsilon_A^j)\end{aligned}\tag{11}$$

TRIPLE DIFFERENCES (DREIFACHDIFFERENZEN)

Idee: Eliminierung der unbekanntenen **Mehrdeutigkeiten**, indem die Differenzen der Beobachtungen jeweils **zweier aufeinanderfolgender Epochen** t_i und t_{i+1} gebildet werden.

$$\begin{aligned}\nabla\Delta L_{AB}^{jk}(t_i) &= \nabla\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_i) + \nabla\Delta\delta\rho_{AB}^{jk}(t_i) \\ &\quad + \lambda \cdot \nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\epsilon_{AB}^{jk}(t_i) \\ \nabla\Delta L_{AB}^{jk}(t_{i+1}) &= \nabla\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_{i+1}) + \nabla\Delta\delta\rho_{AB}^{jk}(t_{i+1}) \\ &\quad + \lambda \cdot \nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \nabla\Delta\epsilon_{AB}^{jk}(t_{i+1})\end{aligned}\quad (12)$$

Die Differenz zwischen den Epochen t_i und t_{i+1} , bezeichnet mit (t_i, t_{i+1}) , lautet dann:

$$\begin{aligned}\nabla\Delta L_{AB}^{jk}(t_i, t_{i+1}) &= \nabla\Delta L_{AB}^{jk}(t_i) - \nabla\Delta L_{AB}^{jk}(t_{i+1}) \\ &= \nabla\Delta\rho_{AB}^{jk}(t_i, t_{i+1}) + \nabla\Delta\delta\rho_{AB}^{jk}(t_i, t_{i+1}) \\ &\quad + \nabla\Delta\epsilon_{AB}^{jk}(t_i, t_{i+1})\end{aligned}\quad (13)$$

Bemerkungen:

- **Cycle Slips** zeigen sich als **Fehlmessungen** in den Triple-Differences (interessant für die Vorverarbeitung der GPS-Daten).
- Eine Triple-Difference-Lösung dient oft einer **ersten, robusten** Bestimmung der **Relativkoordinaten** zwischen A und B .
- Das **Messrauschen** ist nun gegenüber demjenigen der ursprünglichen Messungen um den **Faktor $2\sqrt{2} \approx 2.82$** angestiegen.

Single-, Double- und Triple-Differences können natürlich auch bei **Code-Beobachtungen** gebildet werden. (Code-Triple-Differences machen allerdings wenig Sinn.)

Es sind auch noch andere Differenzbildungen möglich, z.B. Differenzen von Zero-Differences nur in der Zeit, etc.

DIFFERENZBILDUNG BEI GLONASS-MESSUNGEN

- Bei der Berechnung der **ionosphärischen Verzögerung** muss bei GLONASS konsequent die für den Satelliten massgebende Frequenz verwendet werden, da der Einfluss der ionosphärischen Refraktion von der Frequenz abhängig ist.
- Die **Single-Differences** sehen genau gleich aus wie im Falle von GPS, da nur ein Satellit und damit nur **eine Frequenz** involviert ist.
- Beim Formen der **Double-Differences** ändert sich im Falle GLONASS gegenüber GPS abgesehen von der Ionosphäre nur der Ambiguity-Term $\nabla\Delta b_{AB}^{jk}$:

$$\begin{aligned}
 \nabla\Delta b_{AB}^{jk} &= +\lambda^j (N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \\
 &\quad -\lambda^j (N_B^j - \alpha^j + \alpha_B) \\
 &\quad -\lambda^k (N_A^k - \alpha^k + \alpha_A) \\
 &\quad +\lambda^k (N_B^k - \alpha^k + \alpha_B) \\
 &= \lambda^j (N_A^j - N_B^j) - \lambda^k (N_A^k - N_B^k) + \Delta\lambda^{jk} (\alpha_A - \alpha_B) \\
 &= \lambda^j (N_A^j - N_B^j) - \lambda^j (N_A^k - N_B^k) \\
 &\quad +(\lambda^j - \lambda^k) (N_A^k - N_B^k) + \Delta\lambda^{jk} (\alpha_A - \alpha_B) \\
 &= \lambda^j \nabla\Delta N_{AB}^{jk} + \Delta\lambda^{jk} \Delta N_{AB}^k + \Delta\lambda^{jk} (\alpha_A - \alpha_B) \quad (14)
 \end{aligned}$$

Dabei ist

$$\Delta\lambda^{jk} = \lambda^j - \lambda^k \quad (15)$$

Der Term $\Delta\lambda^{jk} \Delta N_{AB}^k$ zerstört die Ganzzahligkeit der Doppel-differenz-Ambiguities. Dieser Term muss also bei der Ambiguity Resolution berücksichtigt werden. $\Delta\lambda^{jk}/\lambda_0$ kann maximal ($j = 1, k = 24$) 0.008 Zyklen betragen. Die Single-Difference Ambiguity ΔN_{AB}^k lässt sich mit Code-Messungen auf etwa 200 Zyklen genau bestimmen. Der Term $\Delta\lambda^{jk} \Delta N_{AB}^k$ kann also rund $0.008 \cdot 200 = 1.6$ Zyklen betragen. Die Grösse von $\Delta\lambda^{jk} (\alpha_A - \alpha_B)$ ist nicht bekannt.

- Im Falle der **Triple-Differences** ändert sich nichts gegenüber GPS, falls keine Cycle Slips stattfinden.

ABSOLUTE UND RELATIVE POSITIONIERUNG (1)

Durch das Bilden von Single-Differences (und Double-Differences) geht man von der Bestimmung der **absoluten, geozentrischen Position eines Empfängers** (mit Zero-Differences) auf die Bestimmung der **relativen Position** eines Empfängers gegenüber einem **Referenzempfänger** über (Bestimmung des **Basislinienvektors**). Durch das Formen der Differenzen zwischen den zwei Empfängern wird die Information über die absolute Position der Empfänger fast vollständig eliminiert, insbesondere für kurze Basislinien. Um dies auch aus mathematischer Sicht einzusehen, betrachten wir den geometrischen Term $\Delta\rho_{AB}^j$ in der Single Difference Gleichung (4):

$$\Delta\rho_{AB}^j = \rho_A^j - \rho_B^j = |\vec{r}_A - \vec{r}^j| - |\vec{r}_B - \vec{r}^j| \quad (16)$$

Den zweiten Term auf der rechten Seite können wir schreiben als

$$\rho_B^j = |\vec{r}_B - \vec{r}^j| = |\vec{r}_A + (\vec{r}_B - \vec{r}_A) - \vec{r}^j| = |\vec{r}_A - \vec{r}^j + \Delta\vec{r}_{AB}| \quad (17)$$

wobei $\Delta\vec{r}_{AB} = \vec{r}_B - \vec{r}_A$ den **Basislinienvektor** von A nach B bezeichnet (Relativposition von B gegenüber A). Unter der Annahme, dass $\Delta\vec{r}_{AB}$ klein ist gegenüber den Vektoren \vec{r}_A und \vec{r}^j , d.h. dass es sich um eine **kurze Basislinie** handelt, kann ρ_B^j um ρ_A^j herum wie folgt in eine Taylorreihe entwickelt werden:

$$\begin{aligned} \rho_B^j &= \left[((\vec{r}_A - \vec{r}^j) + \Delta\vec{r}_{AB})^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[(\vec{r}_A - \vec{r}^j)^2 + 2 \Delta\vec{r}_{AB} \cdot (\vec{r}_A - \vec{r}^j) + \Delta\vec{r}_{AB}^2 \right]^{1/2} \\ &= \left[(\rho_A^j)^2 \left(1 + \frac{2 \Delta\vec{r}_{AB} \cdot (\vec{r}_A - \vec{r}^j)}{(\rho_A^j)^2} + \frac{\Delta\vec{r}_{AB}^2}{(\rho_A^j)^2} \right) \right]^{1/2} \\ &= \rho_A^j \left[1 + \frac{2 \Delta\vec{r}_{AB} \cdot (\vec{r}_A - \vec{r}^j)}{(\rho_A^j)^2} + \frac{\Delta\vec{r}_{AB}^2}{(\rho_A^j)^2} \right]^{1/2} \\ &\approx \rho_A^j \left(1 + \frac{\Delta\vec{r}_{AB} \cdot (\vec{r}_A - \vec{r}^j)}{(\rho_A^j)^2} \right) + O(\Delta\vec{r}_{AB}^2) \\ &\approx \rho_A^j + \Delta\vec{r}_{AB} \cdot \frac{(\vec{r}_A - \vec{r}^j)}{\rho_A^j} \\ &\approx \rho_A^j + \Delta\vec{r}_{AB} \cdot \vec{e}_A^j \end{aligned} \quad (18)$$

ABSOLUTE UND RELATIVE POSITIONIERUNG (2)

Dabei ist \vec{e}_A^j der Einheitsvektor in der Richtung Empfänger–Satellit. Terme 2. Ordnung in $\Delta\vec{r}_{AB}$ wurden vernachlässigt bei der Approximation des Wurzelausdrucks $[1 + 2x + O(x^2)]^{1/2} \approx 1 + x + O(x^2)$. Das Resultat (18) in (16) eingesetzt liefert sofort

$$\Delta\rho_{AB}^j = \rho_A^j - \rho_B^j \approx \rho_A^j - (\rho_A^j + \Delta\vec{r}_{AB} \cdot \vec{e}_A^j) = -\Delta\vec{r}_{AB} \cdot \vec{e}_A^j \quad (19)$$

Dieses Resultat bedeutet:

- In den Single-Differences (und den Double-Differences) ist bei **kurzen Basislinien** nur Information über die **Relativkoordinaten** der Punkte A und B (Basislinienvektor $\Delta\vec{r}_{AB}$), nicht aber über die absoluten, geozentrischen Koordinaten dieser zwei Punkte (\vec{r}_A, \vec{r}_B), enthalten. Die Bestimmung der Relativposition mit GPS nennt man auch **“Differential GPS” (DGPS)**.
- Die einzige absolute Information steckt im **Richtungsvektor** \vec{e}_A^j , der sich aber nur sehr wenig verändert, wenn der Punkt A verschoben wird, d.h. dass \vec{e}_A^j von der exakten geozentrischen Position von A fast unabhängig ist.
- Insgesamt werden bei der relativen Positionierung (mit zwei oder mehr Empfängern) bei kurzen Basislinien verschiedene **Fehlerquellen eliminiert** oder **reduziert** (z.B. Satellitenuhrfehler (SA!), Atmosphäre, Bahnfehler, ...), was zu einer erhöhten Genauigkeit in den Relativkoordinaten führt (gegenüber der Genauigkeit der Absolutposition). Dies gilt für die Auswertung sowohl von Code- als auch von Phasenmessungen.

Für **lange Basislinien** ist die in (18) durchgeführte Approximation nicht mehr zulässig. Dies bedeutet auch, dass für den **Referenzpunkt** A in diesem Falle **sehr genaue absolute Koordinaten** bekannt sein müssen, um die Relativposition zwischen A und B genau bestimmen zu können.

LINEARKOMBINATIONEN (1)

Von geodätischen GPS-Empfängern haben wir insgesamt **4 Beobachtungstypen** zur Verfügung, nämlich:

- L_1 : Phasenmessung auf L_1 , Frequenz f_1
- L_2 : Phasenmessung auf L_2 , Frequenz f_2
- P_1 : Pseudorange auf L_1 (C/A- oder P-Code)
- P_2 : Pseudorange auf L_2 (P-Code)

Die vereinfachten **Doppeldifferenz-Beobachtungsgleichungen** für diese vier Typen lauten (die Differenzsymbole $\nabla\Delta$ und Indizes wurden der Übersicht wegen überall weggelassen):

$$L_1 = \rho' + I_1 + \lambda_1 N_1 \quad (20a)$$

$$L_2 = \rho' + I_2 + \lambda_2 N_2 \quad (20b)$$

$$P_1 = \rho' - I_1 \quad (20c)$$

$$P_2 = \rho' - I_2 \quad (20d)$$

wobei in ρ' zusammengefasst wurde:

$$\rho' = \rho + \delta\rho_{trp} + \delta\rho_{rel} \quad (21)$$

mit

ρ' Nicht-dispersiver Anteil der Lichtlaufzeit; enthält **Geometrie, troposphärische Refraktion und relativistische Korrekturen**.

I_1, I_2 Dispersive Verzögerung für L_1 und L_2 , verursacht durch die **Ionosphäre**. Man beachte das **entgegengesetzte Vorzeichen** der ionosphärischen Verzögerung für die Phasen- und Code-Messungen (Stichwort: Phasen- und Gruppengeschwindigkeit).

N_1, N_2 Ganzzahlige **Mehrdeutigkeiten** (Doppeldifferenzen) für L_1 und L_2

LINEARKOMBINATIONEN (2)

Die **ionosphärische Verzögerung** I ist proportional zu f^{-2} (wird später eingehender behandelt), also

$$I_1 = k/f_1^2, \quad I_2 = k/f_2^2 \quad (22)$$

Das bedeutet, dass

$$I_2 = \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 \quad (23)$$

und folglich

$$L_1 = \rho' + I_1 + \lambda_1 N_1 \quad (24a)$$

$$L_2 = \rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 + \lambda_2 N_2 \quad (24b)$$

$$P_1 = \rho' - I_1 \quad (24c)$$

$$P_2 = \rho' - \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 \quad (24d)$$

Resultat:

- **4 Gleichungen** und **4 Unbekannte**, nämlich ρ' , I_1 , N_1 und N_2 .
- Dies wäre genügend Information, um die Geometrie ρ' , die Verzögerung I_1 und die Mehrdeutigkeiten N_1 und N_2 zu bestimmen. Leider sind die Code-Messungen nicht genau genug (Rauschen von 1 Meter und mehr, gross im Vergleich zu den Wellenlängen λ_1 und λ_2).
- Daher versucht man, verschiedene **Linearkombinationen (LK)** der vier ursprünglichen Beobachtungstypen zu bilden, um **Fehlerquellen zu eliminieren** (z.B. den Einfluss der Ionosphäre) oder um einfacher **Cycle Slips zu korrigieren** oder **Ambiguities zu lösen**.

LINEARKOMBINATIONEN (3)

Die allgemeine Form einer Linearkombination der Phasen- oder der Code-Messungen lautet

$$L_x = \kappa_{1,x} L_1 + \kappa_{2,x} L_2 \quad (25)$$

$$P_x = \kappa_{1,x} P_1 + \kappa_{2,x} P_2 \quad (26)$$

Wie wir noch sehen werden, sind natürlich auch Kombinationen aller vier Messgrößen, also Kombinationen von Phasen- *und* Code-Messungen möglich.

Die Beobachtungsgleichung der beliebigen Linearkombination L_x (oder P_x) ist dann gegeben durch

$$\begin{aligned} L_x &= \kappa_{1,x} (\rho' + I_1 + \lambda_1 N_1) + \kappa_{2,x} (\rho' + I_2 + \lambda_2 N_2) \\ &= (\kappa_{1,x} + \kappa_{2,x}) \rho' + (\kappa_{1,x} I_1 + \kappa_{2,x} I_2) + \\ &\quad (\kappa_{1,x} \lambda_1 N_1 + \kappa_{2,x} \lambda_2 N_2) \end{aligned} \quad (27)$$

Damit die Linearkombination L_x auch wieder die Distanz ρ' enthält, kann ohne Verlust der Allgemeinheit gefordert werden, dass

$$\kappa_{1,x} + \kappa_{2,x} = 1 \quad (28)$$

Mit dieser Forderung und Gleichung (23) gilt dann:

$$L_x = \rho' + (\kappa_{1,x} + \kappa_{2,x} \frac{f_1^2}{f_2^2}) I_1 + (\kappa_{1,x} \lambda_1 N_1 + \kappa_{2,x} \lambda_2 N_2) \quad (29)$$

Der Ionosphäreneinfluss in der Linearkombination ist also um den Faktor α_I grösser als in L_1 mit:

$$\alpha_I = \kappa_{1,x} + \kappa_{2,x} \frac{f_1^2}{f_2^2} \quad (30)$$

Man sieht auch, dass der Ambiguity-Term

$$b_x = \kappa_{1,x} \lambda_1 N_1 + \kappa_{2,x} \lambda_2 N_2 \quad (31)$$

im allgemeinen nicht mehr ganzzahlig ist.

LINEARKOMBINATIONEN (4)

Falls man annimmt, dass $\sigma(L_1) \approx \sigma(L_2)$ und dass die Messungen auf den beiden Frequenzen unabhängig sind, so ist das Rauschen einer Linearkombination L_x oder P_x gemäss Gleichung (25) oder (26) gegeben durch:

$$\sigma(L_x) = \sqrt{\kappa_{1,x}^2 \sigma(L_1)^2 + \kappa_{2,x}^2 \sigma(L_2)^2} \approx \sqrt{\kappa_{1,x}^2 + \kappa_{2,x}^2} \sigma(L_1) \quad (32)$$

Geometrie-freie Linearkombinationen:

$$\begin{aligned} L_I &= L_1 - L_2 \\ &= (\rho' + I_1 + \lambda_1 N_1) - (\rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2} I_1 + \lambda_2 N_2) \\ &= (1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) I_1 + (\lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2) \end{aligned} \quad (33)$$

$$\begin{aligned} P_I &= P_1 - P_2 \\ &= -(1 - \frac{f_1^2}{f_2^2}) I_1 \end{aligned} \quad (34)$$

Die Geometrie ρ' (Bahnen, Stationskoordinaten, Uhrenfehler, troposphärische Refraktion) wird eliminiert. Was übrig bleibt ist: ionosphärische Refraktion (und Ambiguity-Term für die Phasenlinearkombination).

Anwendung: Information über den Zustand der **Ionosphäre**; Bestimmung von regionalen oder globalen **Ionosphärenmodellen**; **Cycle slip fixing**.

Der Ambiguity-Term $b_I = \lambda_1 N_1 - \lambda_2 N_2$ kann nicht mehr als eine ganze Zahl mal eine Wellenlänge ausgedrückt werden. Die geometrie-freie Linearkombination kann also nicht *direkt* für Ambiguity Resolution verwendet werden.

LINEARKOMBINATIONEN (5)

Widelane Linearkombinationen:

$$\begin{aligned}L_w &= \frac{f_1}{f_1 - f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} L_2 \\ &= \rho' - \frac{f_1}{f_2} I_1 + \frac{c}{f_1 - f_2} (N_1 - N_2)\end{aligned}\quad (35)$$

$$\begin{aligned}P_w &= \frac{f_1}{f_1 + f_2} P_1 + \frac{f_2}{f_1 + f_2} P_2 \\ &= \rho' - \frac{f_1}{f_2} I_1\end{aligned}\quad (36)$$

dabei ist

$$\lambda_w = c/f_w = c/(f_1 - f_2) = 86 \text{ cm} \quad ; \quad f_w = f_1 - f_2 \quad (37)$$

Mit ϕ_1 und ϕ_2 in Zyklen gilt auch:

$$\phi_w = \phi_1 - \phi_2 \quad \text{oder} \quad L_w = \lambda_w \phi_w = \lambda_w (\phi_1 - \phi_2) \quad (38)$$

Anwendung: Ambiguity Resolution für die **Widelane Ambiguity** $N_w = N_1 - N_2$; **Cycle Slip fixing**. Der grosse Vorteil liegt in der Ganzzahligkeit der Ambiguities N_w und der langen Wellenlänge λ_w .

Melbourne-Wübbena Linearkombination:

Aus den Gleichungen (35) und (36) lässt sich leicht eine weitere interessante Linearkombination bilden, diesmal mit Phasen- und Code-Messungen:

$$MW = L_w - P_w = \lambda_w (N_1 - N_2) \quad (39)$$

Diese Linearkombination enthält nur noch die Widelane Ambiguity N_w .

Anwendung: Widelane Ambiguity Resolution unabhängig von der Geometrie, der Ionosphäre und damit auch der Basislinienlänge. Das hohe Rauschen der Code-Messungen ist allerdings problematisch. Diese Linearkombination kann unter AS nur bei Empfängern mit sehr guten Code-Messungen sinnvoll verwendet werden.

LINEARKOMBINATIONEN (6)

Ionosphären-freie Linearkombination:

$$\kappa_{1,c} = \frac{f_1^2}{f_1^2 - f_2^2}, \quad \kappa_{2,c} = -\frac{f_2^2}{f_1^2 - f_2^2} \quad (40)$$

Mit diesen Koeffizienten $\kappa_{1,c}$ und $\kappa_{2,c}$ bilden wir:

$$\begin{aligned} L_c &= \kappa_{1,c}L_1 + \kappa_{2,c}L_2 \\ &= \kappa_{1,c}(\rho' + I_1 + \lambda_1 N_1) + \kappa_{2,c}(\rho' + \frac{f_1^2}{f_2^2}I_1 + \lambda_2 N_2) \\ &= \rho' + (\kappa_{1,c}\lambda_1 N_1 + \kappa_{2,c}\lambda_2 N_2) \end{aligned} \quad (41)$$

$$\begin{aligned} P_c &= \kappa_{1,c}P_1 + \kappa_{2,c}P_2 \\ &= \rho' \end{aligned} \quad (42)$$

Anwendung: Die ionosphärische Verzögerung wird fast vollständig eliminiert. Daher ist dies die **wichtigste Observable für Basislinien länger als ca. 10 km**. Der Nachteil ist allerdings, dass das Rauschen dieser Linearkombination **3 mal grösser** ist als das Rauschen von L_1 . Hinweis: verwende zur Überprüfung Gleichung (32).

Wenn wir annehmen, dass wir die Widelane Ambiguity N_w kennen, und wenn wir N_2 in Gleichung (41) durch $N_2 = N_1 - N_w$ ersetzen, so erhalten wir die sogenannte **Narrowlane**:

$$L_c = \rho' + (\kappa_{1,c}\lambda_1 + \kappa_{2,c}\lambda_2)N_1 - \kappa_{2,c}\lambda_2 N_w \quad (43)$$

$$\lambda_c = \kappa_{1,c}\lambda_1 + \kappa_{2,c}\lambda_2 = 10.7 \text{ cm} \quad (44)$$

Diese Linearkombination wird oft für das Lösen der **verbleibenden N_1 Ambiguity** verwendet. Allerdings ist damit eine Wellenlänge von nur 10.7 cm verbunden (daher der Name "Narrowlane").

WICHTIGE LINEARKOMBINATIONEN DER PHASENMESSUNGEN

LC	λ (m)	$\kappa_{1,x}$ (m/m)	$\kappa_{2,x}$ (m/m)	Geometriefehler		Ionosphärenfehler		Rauschen	
				(m)	(cycles)	(m)	(cycles)	(m)	(cycles)
L_1	0.190	+1.000	0.000	1.000	1.000	+1.000	+1.000	1.000	1.000
L_2	0.244	0.000	+1.000	1.000	0.779	+1.647	+1.283	1.000	0.779
L_c	0.107	+2.546	-1.546	1.000	1.779	0.000	0.000	2.978	5.299
L_I	0.054	+1.000	-1.000	0.000	0.000	-0.647	-2.283	1.414	4.991
L_w	0.862	+4.529	-3.529	1.000	0.221	-1.283	-0.283	5.742	1.268

7. GPS/GLONASS Satellitenbahnen

- Keplersche Bahnelemente
- Almanach-Daten und Broadcast-Bahnen
- IGS- und IGLOS-PP-Bahnen
- Einfluss der Bahnfehler

BAHNBESCHREIBUNG: KEPLERSCHE BAHNELEMENTE (1)

Es gibt verschiedene Möglichkeiten, eine Satellitenbahn zu beschreiben. Die wichtigsten zwei sind:

- Angabe von **Ort** (und Geschwindigkeit) des Satelliten in Tabellenform:

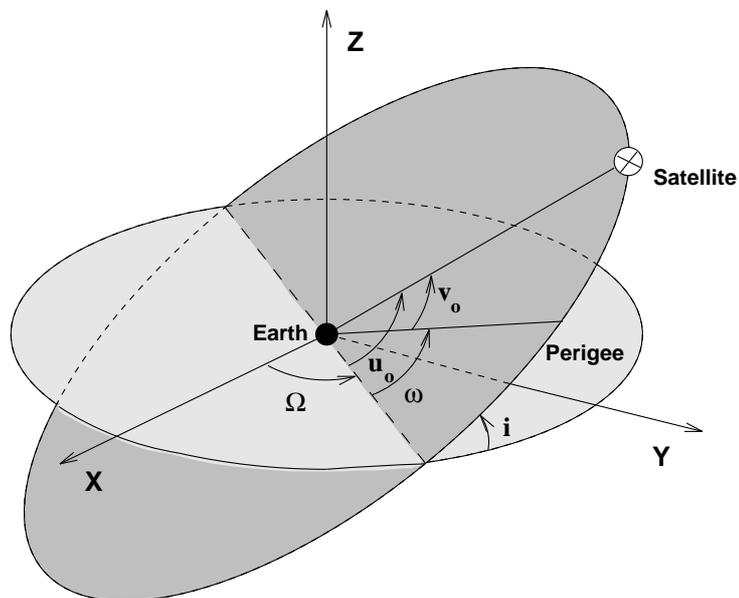
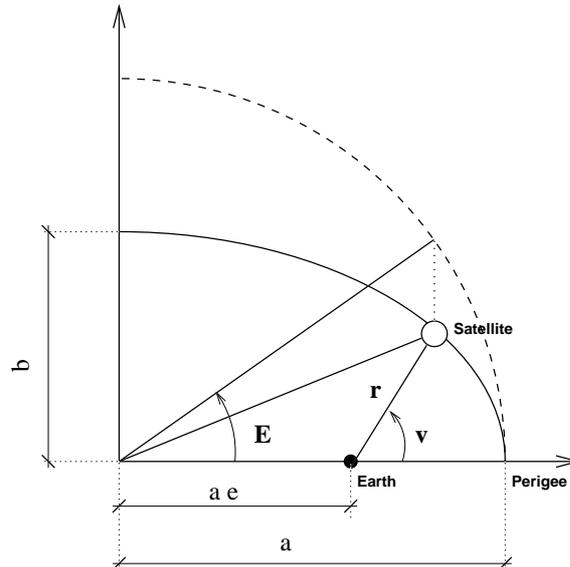
$$\vec{r}^j(t_k), \quad t_k = t_0 + k \cdot \Delta t \quad (k = 1, 2, \dots, n) \quad (1)$$

- Angabe der Keplerschen Bahnelemente:
 - a* **Grosse Halbachse** (semimajor axis): definiert die Grösse der Ellipse.
 - e* **Numerische Exzentrizität** (numerical eccentricity): beschreibt die Form der Ellipse.
 - i* **Bahnneigung** (inclination): Neigung der Bahnebene gegenüber dem Äquator.
 - Ω **Rektaszension des aufsteigenden Knotens** (right ascension of ascending node): der Winkel zwischen Frühlingspunkt (X-Achse in der Abbildung unten) und der Schnittlinie der Satellitenbahnebene mit der Äquatorebene.
 - ω **Perigäumsabstand** (argument of perigee): Winkel in der Bahnebene zwischen aufsteigendem Knoten und dem Perigäum (in Richtung der Satellitenbewegung gemessen).
 - T_p **Perigäumdurchgangszeit** (perigee passing time): Zeitpunkt, zu dem der Satellit das **Perigäum**, den erdnächsten Punkt erreicht.
- Anstelle der Perigäumszeit T_p wird oft die **mittlere Anomalie** (mean anomaly) M_0 zu einer Referenzepoche t_0 angegeben gemäss

$$M_0 = n(t_0 - T_p) \quad (2)$$

wobei n die **mittlere Bewegung** (Winkelgeschwindigkeit) des Satelliten bezeichnet.

BAHNBESCHREIBUNG: KEPLERSCHE BAHNELEMENTE (2)



Keplersche Bahnelemente: aus der mittleren Anomalie M_0 lässt sich via **exzentrische Anomalie E** (eccentricity anomaly) die **wahre Anomalie v_0** (true anomaly) berechnen.

Die Summe $u_0 = v_0 + \omega$ heisst **Argument der Breite** (argument of latitude) zum Zeitpunkt t_0 .

GPS ALMANACH-DATEN

- Die Almanach-Daten enthalten **ungefähre** Bahninformation (einige Kilometer Genauigkeit) und werden vom Satelliten in der Navigation Message dem Empfänger übermittelt (siehe Seite 29).
- Almanach-Daten sind für alle Satelliten gegeben und ermöglichen dem Empfänger die **Satellitensuche** und dienen zur **Planung** von Kampagnen.

Parameter	Beschreibung
ID	PRN Satellitennummer
WEEK	GPS-Woche
t_a	Almanach-Referenzepoche in Sekunden in der momentanen GPS-Woche
\sqrt{a}	Quadratwurzel der grossen Halbachse (\sqrt{m})
e	Numerische Exzentrizität
M_0	Mittlere Anomalie zur Referenzepoche t_a
ω	Perigäumsabstand
δi	Differenz in der Bahnneigung gegenüber 54 Grad
Ω_0	Rektaszension des aufsteigenden Bahnknotens zur Referenzepoche t_a
$\dot{\Omega}$	Knotendrehung (rad/s)
a_0	Satellitenuhroffset (s)
a_1	Satellitenuhrdrift (s/s)

Die Keplerschen Elemente und die Satellitenuhrkorrektur δ^S zur Zeit t erhält man durch:

$$M = M_0 + n(t - t_a) \quad (3a)$$

$$i = 54^\circ + \delta i \quad (3b)$$

$$\Omega = \Omega_0 + \dot{\Omega}(t - t_a) - \omega_E(t - t_0) \quad (3c)$$

$$\delta^S = a_0 + a_1(t - t_a) \quad (3d)$$

wobei t_0 den Beginn der momentanen GPS-Woche bezeichnet, und $\omega_E = 7.2921151467 \cdot 10^{-5}$ rad/s die Winkelgeschwindigkeit der Erde.

GPS BROADCAST-BAHNEN

- Die “**Master Control Station**” liegt in Colorado Springs (USA). Sie ist für die Kontrolle der Satelliten, die Bahnbestimmung, Bahnvorhersage und die Bereitstellung der Bahn- und Satellitenuhreninformation zuständig.
- Die Satelliten werden von **5 Bodenstationen** verfolgt und beobachtet: Colorado Springs (USA), Hawaii (Pazifischer Ozean), Ascension Islands (Atlantischer Ozean), Diego Garcia (Indischer Ozean), and Kwajalein (Nähe von Indonesien).
- Die **Bahn- und Satellitenuhrbestimmung** wird mit **Pseudorange-Messungen** dieser 5 Stationen durchgeführt (mit den Daten der letzten 12-24 Stunden). Die Bahnen und Uhren werden dann 12-36 Stunden extrapoliert und für jedes 2-Stundenintervall werden Bahnelemente (und Satellitenuhrkorrekturen) zu den Satelliten hochgeschickt.
- Da die Broadcast-Bahnen in Echtzeit verfügbar sind und direkt von den Satelliten zu den Empfängern gesandt werden (Navigation Message), sind sie besonders wichtig für **Echtzeitanwendungen** und alle Anwendungen, die **keine grosse Genauigkeit** erfordern.
- Die Genauigkeit der Broadcast-Bahnen beträgt im Mittel etwa **2 m (RMS)**. Die Broadcast-Bahnen sind erstaunlich gut in Anbetracht der wenigen Stationen und des Umstandes, dass die Bahnen extrapoliert sind.

DMA Precise Orbits:

Die sogenannten **DMA Precise Orbits** werden vom Naval Surface Warfare Center (NSWC) zusammen mit der Defence Mapping Agency (DMA) etwa 4-8 Wochen nach den Beobachtungen berechnet. Insgesamt werden dazu die Daten von 10 Stationen verwendet. Die Bahnqualität ist nicht wesentlich besser als die der Broadcast-Bahnen. Seitdem es IGS-Bahnen gibt, werden diese Bahnen kaum noch benutzt.

GPS BROADCAST EPHEMERIDES (1)

Die Broadcast Ephemerides (Referenzsystem **WGS-84**) enthalten:

Parameter	Beschreibung
ID	PRN Satellitennummer
WEEK	GPS-Woche
t_e	Referenzepoche der Ephemeriden
\sqrt{a}	Quadratwurzel der grossen Halbachse (\sqrt{m})
e	Numerische Exzentrizität
M_0	Mittlere Anomalie zur Referenzepoche t_e
ω	Perigäumsabstand
i_0	Bahnneigung zur Referenzepoche t_e
Ω_0	Rektaszension des aufsteigenden Bahnknotens zur Referenzepoche t_e
Δn	Korrektur der mittleren Bewegung n
\dot{i}	Änderung der Bahnneigung
$\dot{\Omega}$	Knotendrehung (rad/s)
C_{uc}, C_{us}	Korrekturterme (Argument der Breite u)
C_{rc}, C_{rs}	Korrekturterme (geozentrische Distanz r)
C_{ic}, C_{is}	Korrekturterme (Bahnneigung i)
t_c	Referenzepoche der Satellitenuhrkorrektur
a_0	Satellitenuhroffset (s)
a_1	Satellitenuhrdrift (s/s)
a_2	Satellitenfrequenzdrift (s/s ²)

- Δn , \dot{i} und $\dot{\Omega}$ sind säkulare und C_{uc} , C_{us} , C_{rc} , C_{rs} , C_{ic} und C_{is} sind periodische Störterme aufgrund der Abplattung der Erde, der Gezeitenwirkung und des Strahlungsdrucks.
- Die Satellitenuhrkorrektur zur Zeit t ist gegeben durch

$$\delta^S = a_0 + a_1 (t - t_c) + a_2 (t - t_c)^2 \quad (4)$$

- Bei **GLONASS** werden nicht Keplersche Elemente, sondern **Orts- und Geschwindigkeitsvektoren** und Zusatzinformation gegeben.

GPS BROADCAST EPHEMERIDES (2)

Table 6—Ephemeris Representation Definitions

$\mu = 3.986008 \times 10^{14}$ meters ³ /sec ²	WGS 72 value of the earth's universal gravitational parameter
$\Omega_c = 7.292115147 \times 10^{-5}$ rad/sec	WGS 72 value of the earth's rotation rate
$A = (\sqrt{A})^2$	Semi-major axis
$n_o = \sqrt{\frac{\mu}{A^3}}$	Computed mean motion
$t_k = t - t_{oc}^*$	Time from epoch
$n = n_o + \Delta n$	Corrected mean motion
$M_k = M_o + nt_k$	Mean anomaly
$M_k = E_k - e \sin E_k$	Kepler's equation for eccentric anomaly
$\cos v_k = (\cos E_k - e)/(1 - e \cos E_k)$	} True anomaly
$\sin v_k = \sqrt{1 - e^2} \sin E_k / (1 - e \cos E_k)$	
$\phi_k = v_k + \omega$	Argument of latitude
$\delta u_k = C_{us} \sin 2\phi_k + C_{uc} \cos 2\phi_k$	Argument of latitude correction
$\delta r_k = C_{rs} \cos 2\phi_k + C_{rc} \sin 2\phi_k$	Radius correction
$\delta i_k = C_{is} \cos 2\phi_k + C_{ic} \sin 2\phi_k$	Correction to inclination
$u_k = \phi_k + \delta u_k$	Corrected argument of latitude
$r_k = A(1 - e \cos E_k) + \delta r_k$	Corrected radius
$i_k = i_o + \delta i_k$	Corrected inclination
$x_k' = r_k \cos u_k$	} Positions in orbital plane
$y_k' = r_k \sin u_k$	
$\Omega_k = \Omega_o + (\dot{\Omega} - \dot{\Omega}_e)t_k - \dot{\Omega}_e t_{oc}$	Corrected longitude of ascending node
$x_k = x_k' \cos \Omega_k - y_k' \cos i_k \sin \Omega_k$	} Earth fixed coordinates
$y_k = x_k' \sin \Omega_k + y_k' \cos i_k \cos \Omega_k$	
$z_k = y_k' \sin i_k$	

* t is GPS system time at time of transmission, i.e., GPS time of reception corrected for transit time (range/speed of light). Furthermore, t_k must be the actual total time difference between the time t and the epoch time t_{oc} , and must account for beginning or end of week crossovers. That is, if t_k is greater than 302,400, subtract 604,800 from t_k . If t_k is less than -302,400 add 604,800 to t_k .

BAHNPRODUKTE DES IGS

- IGS-Bahnen werden seit dem **21. Juni 1992** aus den Daten eines globalen GPS-Netzes berechnet.
- Im Gegensatz zu den Broadcast-Bahnen basiert hier die Bahnbestimmung auf den **Phasenmessungen**.
- Die Bahninformation ist im sogenannten **SP3-Format** verfügbar: Rechtwinklige, geozentrische, erdfeste Satellitenpositionen im ITRF und Satellitenuhrkorrekturen in Abständen von 15 Minuten.
- Seit dem 1. Januar 1994 werden offizielle IGS-Bahnen berechnet. Sie entstehen aus einer **gewichteten Kombination** der Bahnen der 10 individuellen IGS-Analysezentren und sind zuverlässiger und etwas genauer als die individuellen Bahnen.
- **Neueste Entwicklung: Ultrarapid Orbits**
 - Berechnung neuer Bahnen **alle 12 Stunden**
 - Verfügbar mit **3 Stunden Verzögerung** (also um 3 Uhr UT und um 15 Uhr UT), Genauigkeit: ca. **5 cm** für den beobachteten und **10 cm** für den vorhergesagten Teil.
 - Vorteil: kürzere **Prädiktionszeit** und daher bessere Echtzeitbahnen für **zeitkritische GPS-Anwendungen** (GPS-Meteorologie, tieffliegende Satelliten mit GPS-Empfängern)

IGS-Produkt	Verfügbarkeit	Genauigkeit
Final Orbits	13 Tage	~ 2 cm
Rapid Orbits	17 Stunden	< 5 cm
Ultra-Rapid (observed half)	3 Stunden	< 5 cm
Ultra-Rapid (predicted half)	Echtzeit	10 cm
Broadcast Orbits	Echtzeit	200 cm
Almanach Orbits	Echtzeit	einige km

BEISPIEL "PRECISE ORBIT FILE" (SP3-FORMAT)

```

#aP1996 8 4 0 0 0.00000000      96 d+D  ITR94  AIUB
## 865      0.00000000  900.00000000 50299 0.00000000000000
+ 23      1 2 3 4 5 6 7 9 14 15 17 18 19 21 22 23 24
+      25 26 27 28 29 31 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
+      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      5 5 12 5 5 6 5 5 12 5 5 12 9 6 5 11 5
++      5 5 5 5 5 5 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
++      0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc ccccc
%c cc cc ccc ccc cccc cccc cccc cccc ccccc ccccc ccccc ccccc
%f 0.0000000 0.000000000 0.000000000000 0.000000000000000
%f 0.0000000 0.000000000 0.00000000000 0.000000000000000
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
%i 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0 0
/*
/* CENTER FOR ORBIT DETERMINATION IN EUROPE (CODE)
/* ORBIT FOR DAY 217, 1996
/* INCLUDING PRECISE CODE CLOCKS
* 1996 8 4 0 0 0.00000000
P 1 -11845.610993 -19786.851134 13277.970424 153.827336
P 2 1114.871947 16579.726742 20944.884184 -278.485043
P 3 -23094.592739 -12557.355283 3083.736561 38.340433
P 4 6483.073844 22655.494456 -12048.329082 37.899530
P 5 24058.420184 -11141.132383 1673.262048 51.156988
P 6 8553.561817 -12524.751992 -21722.671408 1.841618
P 7 11644.464533 19440.558036 14267.893786 724.850801
      :           :           :           :
      :           :           :           :
P 28 -16168.457959 -19205.872765 -8439.567109 98.033262
P 29 -18524.039731 3108.762296 -18645.591982 13.023564
P 31 -21230.311860 -1796.225588 15872.905929 626.307486
EOF

```

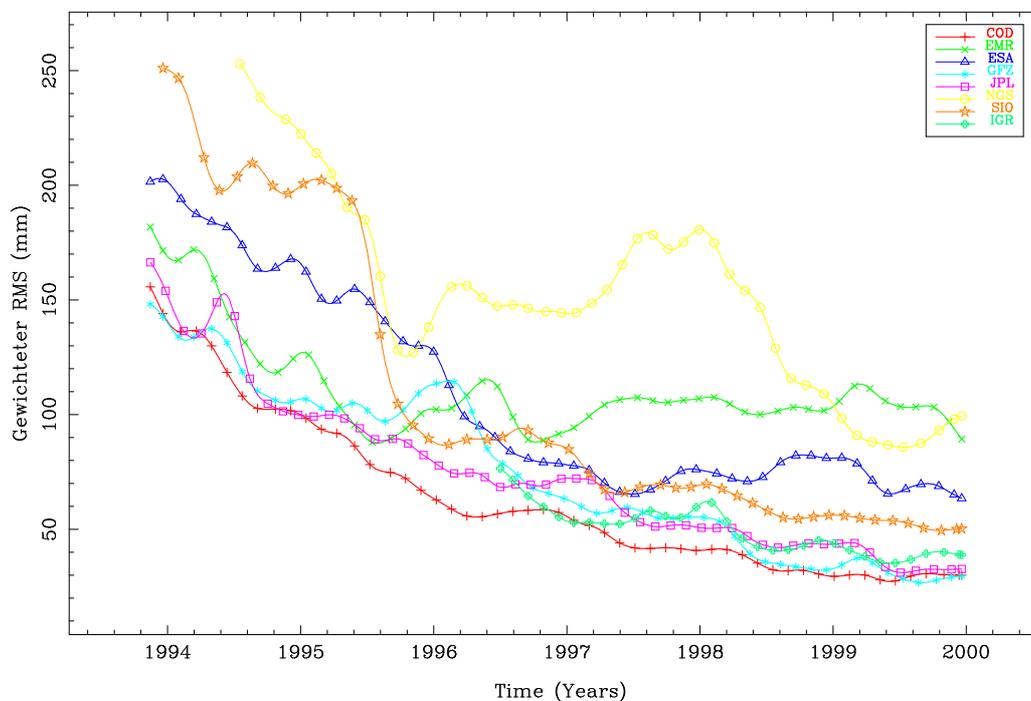
QUALITÄT DER IGS-BAHNEN (1)

Um die Genauigkeit der IGS-Bahnen zu erfassen, haben wir unter anderem die folgenden drei Möglichkeiten:

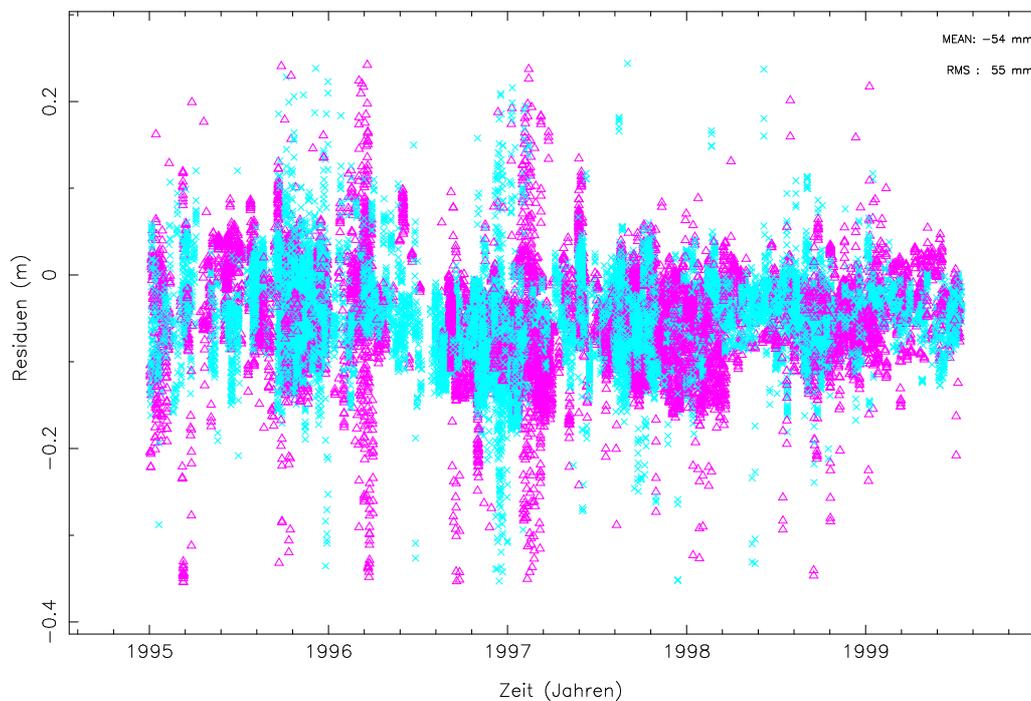
- **Der Vergleich der Bahnen der individuellen IGS-Analysezentren mit der kombinierten IGS-Bahn:** Jede Woche werden die Bahnen der verschiedenen IGS-Rechenzentren verglichen und kombiniert. Die **10 Analysezentren** benutzen **6 verschiedene Softwarepakete** und verwenden ihre eigenen Strategien, Parametrisierungen und Modelle. Es ist interessant zu erwähnen, dass die Resultate der Zentren, die dieselbe Software verwenden, nicht konsistenter sind als die der anderen Zentren. Der RMS-Fehler der Kombination ist daher ein gutes Mass für die **Konsistenz der Bahnen**. Die Differenz zwischen den Bahnen der besten Zentren beträgt heute etwa **2 cm** (RMS).
- **Vergleich der IGS-Bahnen mit SLR-Beobachtungen:** Die GPS-Satelliten **PRN 5** und **PRN 6** sind mit Retroreflektoren ausgestattet und werden von den SLR-Stationen beobachtet. Die Laserdistanzmessungen von einer unabhängigen Beobachtungstechnik erlauben eine gute Einschätzung der Bahngenauigkeit. Die SLR-Messungen können durch die IGS-Bahnen mit einer Genauigkeit von etwa **6 cm** (RMS) dargestellt werden. Es bleibt aber ein noch **unerklärter Distanzoffset** von etwa **5 cm** zwischen den zwei Techniken. (Bei GLONASS sind übrigens sämtliche Satelliten mit Retroreflektoren ausgerüstet).
- **Qualität der Stationskoordinaten** (oder auch anderer Parameter), die mit den IGS-Bahnen berechnet werden, geben indirekt Aufschluss über die Genauigkeit und Konsistenz der Bahnen. Dazu werden wir später ein paar Beispiele anführen.

QUALITÄT DER IGS-BAHNEN (2)

Bahnen der IGS Zentren verglichen mit der IGS-Kombination



Vergleich von SLR Beobachtungen mit CODE IGS-Bahnen



GLONASS-BAHNEN DES IGLOS-PP

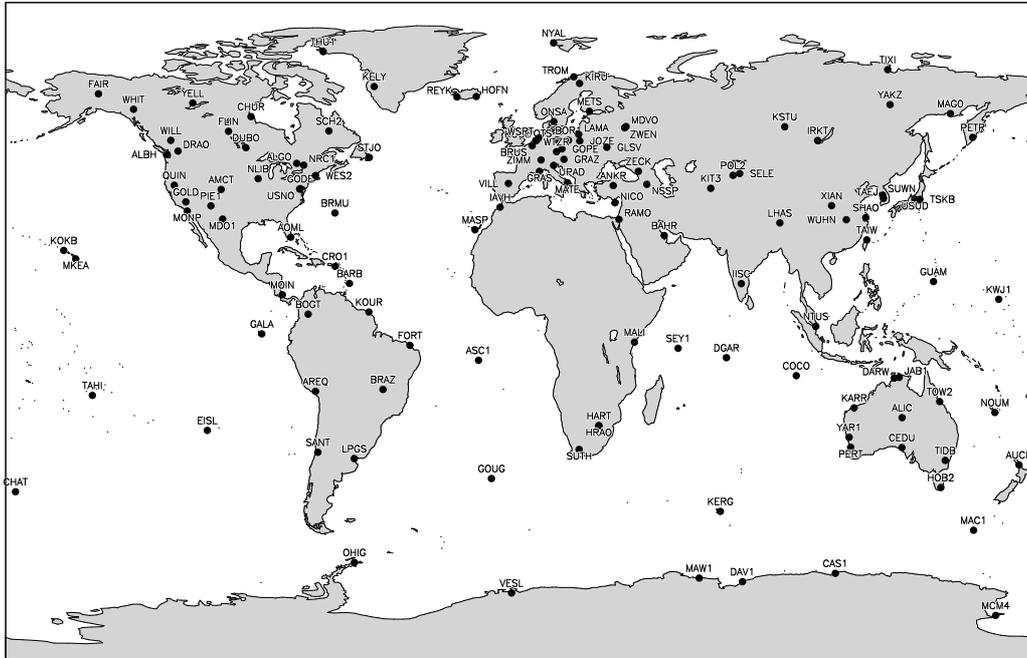
- Im Rahmen des **International GLONASS Service Pilot Project (IGLOS-PP)** werden seit Oktober 1998 für jeden Tag auch hochgenaue GLONASS-Bahnen berechnet.
- Dazu wird ein Stationsnetz mit kombinierten GPS/GLONASS-Empfängern verwendet, das allerdings im Vergleich zum IGS-Netz leider nur wenige Stationen enthält.
- Trotzdem: GLONASS-Bahnen des IGLOS-PP sind mit einer Genauigkeit von 30 cm etwa **10 mal besser** als die GLONASS-Broadcast-Bahnen.
- Die GLONASS-Bahnen der einzelnen IGLOS-PP-Analysezentren werden wie im Falle der GPS-Bahnen wöchentlich verglichen und zu den offiziellen IGLOS-PP-Bahnen kombiniert.

IGLOS-PP-Produkt	Verfügbarkeit	Genauigkeit
GLONASS Orbits	4 Wochen	30 cm
Broadcast Orbits	Echtzeit	300 cm



GLOBALE NETZE FÜR IGS UND IGLOS-PP

Globales IGS-Netz, wie es von CODE (Bern) 1999 verarbeitet wurde



IGEX Network as used by the CODE Analysis Center



EINFLUSS DER BAHNQUALITÄT AUF DIE STATIONSKOORDINATEN (1)

- Bei der **absoluten Positionierung** gehen die Bahnfehler **eins-zu-eins** in die Positionsgenauigkeit ein.
- **Relative Positionierung: Bauersima** (1983) berechnet den Fehler Δr einer Komponente der Basislinie mit Länge l als Funktion der Bahnfehler ΔR :

$$\Delta r = \frac{l}{\rho} \cdot \Delta R \approx \frac{l(\text{km})}{25'000 \text{ km}} \cdot \Delta R$$

ρ : mittlere Distanz zwischen Satellit und Station.

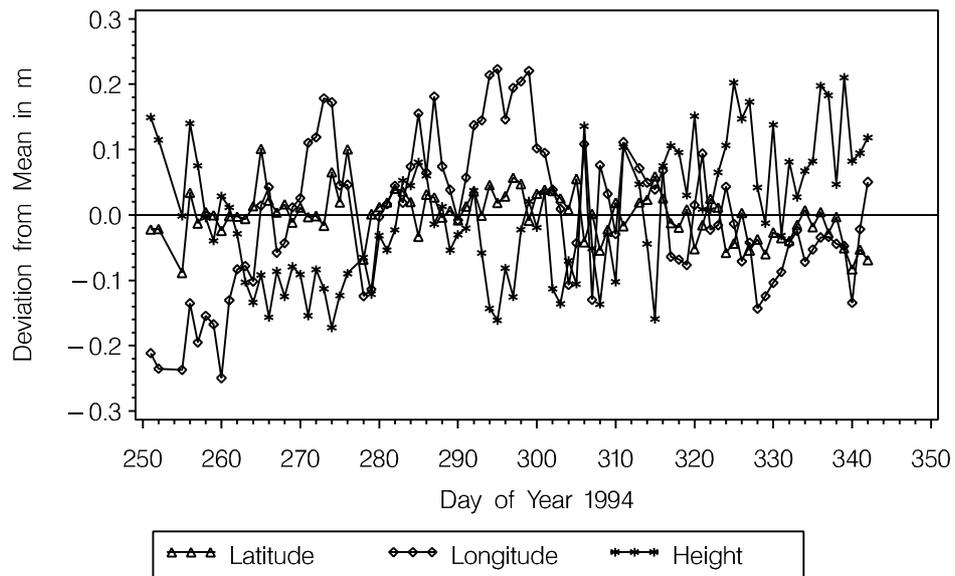
- **Einfluss der Bahnfehler** auf die Stationskoordinaten für Basislinien verschiedener Länge:

Bahnfehler	Baselinienlänge	Fehler in der Basislinie
2.5 m	10 km	1 mm
2.5 m	100 km	10 mm
2.5 m	1000 km	100 mm
.25 m	100 km	1 mm
.25 m	1000 km	10 mm
.05 m	100 km	- mm
.05 m	1000 km	2 mm

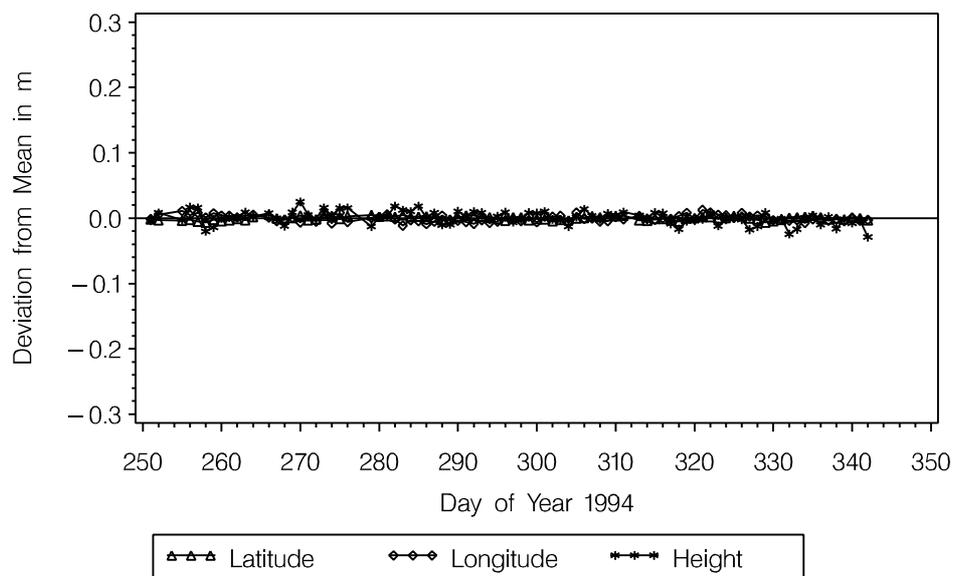
- Falls man einen Genauigkeitsanspruch hat von **1 mm**, dann können bis etwa **10 km** die **Broadcast Bahnen** verwendet werden. Für längere Basislinien sollten **IGS-Bahnen** verwendet werden.
- Mit der Verfügbarkeit der genauen IGS-Bahnen sind Bahnfehler heute auch für Basislinien mit einer Länge von **1000 km** oder mehr kein Problem mehr, wenigstens für das Post-Processing.

EINFLUSS DER BAHNQUALITÄT AUF DIE STATIONSKOORDINATEN (2)

Daily Repeatabilities of Latitude, Longitude, Height of the Baseline Onsala–Graz (from 8.9.94 – 8.12.94) Using Broadcast Orbits



Daily Repeatabilities of Latitude, Longitude, Height of the Baseline Onsala–Graz (from 8.9.94 – 8.12.94) Using IGS Orbits



EINFLUSS DER QUALITÄT DER GLONASS-BAHNEN

- Als Beispiel für den Einfluss der Qualität der GPS- und GLONASS-Bahnen wurde für ein Zeitintervall von 16 Tagen die Basislinie **Zimmerwald(Schweiz)–Onsala(Schweden) (1000 km)** mit Bahnen verschiedener Genauigkeit ausgewertet.
- 24-Stundenlösungen (1-Tageslösungen) wurden gerechnet.
- 12 Troposphärenparameter (Zenitverzögerung) pro Station und Tag (1 Parameter für jedes Intervall von 2 Stunden) wurden geschätzt.
- Die Mehrdeutigkeiten wurden nicht auf ganze Zahlen aufgelöst.
- Die Elevationsmaske für die Verarbeitung betrug **10 Grad**.
- Je nach Elevationswinkel wurden die Beobachtungen unterschiedlich gewichtet in der Ausgleichung: tiefere Beobachtungen mit kleinerem Gewicht.

Wiederholbarkeit der Koordinaten von Onsala (RMS):

Lösungstyp	N [mm]	E [mm]	H [mm]
GLONASS, Broadcast O.	89.3	178.9	180.9
GPS, Broadcast O.	27.5	47.3	90.5
GLONASS, Precise O.	4.0	7.6	7.4
GPS, Precise O.	1.9	3.1	6.1
GLONASS+GPS, Precise O.	3.6	5.1	6.4

27 GPS- und **15 GLONASS-Satelliten** waren während dieser Zeit aktiv.

Grund für die etwas schlechtere Wiederholbarkeit der kombinierten GPS/GLONASS-Lösung: die **GLONASS-Bahnen** sind mit **20 cm** noch **nicht genau genug** für so lange Basislinien.

8. Atmosphärische Einflüsse

- Grundlagen der Wellenausbreitung
- Aufbau der Atmosphäre
- Ionosphärische Refraktion
- Troposphärische Refraktion

GRUNDLAGEN DER WELLENAUSBREITUNG (1)

Eine Welle, genauer eine **harmonische Welle**, die sich in x-Richtung ausbreitet (z.B. eine elektromagnetische Welle, d.h. die Schwingungen des elektromagnetischen Feldes), kann mathematisch beschrieben werden durch

$$\Psi(x, t) = A \sin(\omega t - kx + \phi_0) \quad (1)$$

dabei bedeuten

$\Psi(x, t)$	Grösse der Schwingung im Punkte x zur Zeit t
A	Amplitude der Schwingung (grösster Betrag)
t	Zeit
ω	Kreisfrequenz der Schwingung
k	Wellenzahl der Schwingung
x	Ort auf der x-Achse
ϕ_0	Phasenwinkel der Schwingung zur Zeit $t = 0$ (im Bogenmass (Radiant))

Der Gesamtausdruck in der Klammer auf der rechten Seite von (1) nennt man den **Phasenwinkel** ϕ (in Radiant):

$$\phi = \omega t - kx + \phi_0 \quad (2)$$

Die sogenannte **Phase** Φ der Welle wird in **Zyklen** (dimensionslos) gemessen und berechnet sich aus dem Phasenwinkel ϕ mit

$$\Phi = \frac{\phi}{2\pi} \quad (3)$$

Derselbe Zusammenhang besteht auch zwischen der eigentlichen **Frequenz** f (Schwingungen/Zyklen pro Zeit) und der **Kreisfrequenz** ω (Radiant pro Zeit):

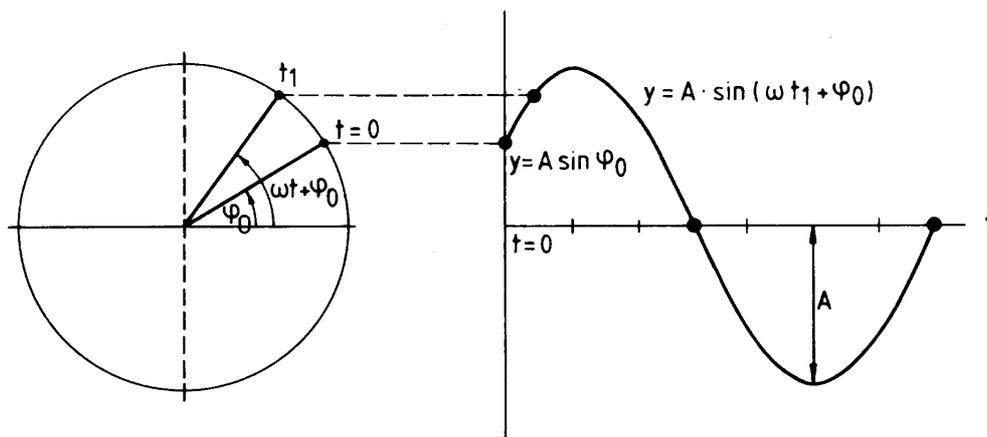
$$f = \frac{\omega}{2\pi} \quad (4)$$

GRUNDLAGEN DER WELLENAUSBREITUNG (2)

Betrachten wir zum besseren Verständnis der Gleichung (1) zuerst die rein **zeitliche** Änderung der Grösse $\Psi(x, t)$ an einem Ort, z.B. am Ort $x = 0$. Es gilt dann

$$\Psi(0, t) = A \sin(\omega t + \phi_0) \quad (5)$$

Die Grösse Ψ ändert sich also periodisch (siehe Abbildung).



Erzeugung einer harmonischen Schwingung mit einer Kreisbewegung
(Kahmen, 1978).

Den Zeitunterschied T zwischen zwei Maxima der Schwingung, der einem Phasenwinkelunterschied von 2π entspricht, nennt man **Periode**:

$$(\omega(t + T) + \phi_0) - (\omega t + \phi_0) = 2\pi \quad \text{also folgt} \quad T = \frac{2\pi}{\omega} = \frac{1}{f} \quad (6)$$

Für die örtliche Änderung der Grösse $\Psi(x, t)$ zu einem bestimmten Zeitpunkt t , sagen wir einfachheitshalber $t = 0$, gilt entsprechend

$$\Psi(x, 0) = A \sin(-kx + \phi_0) \quad (7)$$

Die Grösse Ψ ändert sich also periodisch mit der Distanz x . Den Distanzunterschied zwischen zwei Maxima der Schwingung nennt man die **Wellenlänge** λ . Man erhält sie mit

$$(-k(x - \lambda) + \phi_0) - (-kx + \phi_0) = 2\pi \quad \text{also folgt} \quad \lambda = \frac{2\pi}{k} \quad (8)$$

GRUNDLAGEN DER WELLENAUSBREITUNG (3)

Wir wollen nun noch die **Ausbreitungsgeschwindigkeit** v_{ph} der Welle aus (1) herleiten. Nehmen wir an, dass sich die Welle in einem kurzen Zeitintervall Δt um Δx weiterbewegt hat. Das bedeutet, dass zur Zeit $t + \Delta t$ am Ort $x + \Delta x$ derselbe Phasenwinkel gelten muss wie zur Zeit t am Ort x , also gemäss (2):

$$\omega t - kx + \phi_0 = \omega(t + \Delta t) - k(x + \Delta x) + \phi_0 \quad (9)$$

Daraus folgt sofort

$$v_{ph} = \frac{\Delta x}{\Delta t} = \frac{\omega}{k} = f \lambda = \frac{\lambda}{T} \quad (10)$$

Da es sich bei v_{ph} um die Ausbreitungsgeschwindigkeit der Phase handelt, nennt man sie **Phasengeschwindigkeit**.

Vollständigkeitshalber wollen wir noch die Verallgemeinerung der Gleichung (1) auf drei Dimensionen anfügen:

$$\Psi(\mathbf{x}, t) = A \sin(\omega t - \mathbf{k} \cdot \mathbf{x} + \phi_0) \quad (11)$$

Dabei wird aus der skalaren Wellenzahl k der Wellenvektor \mathbf{k} , dessen **Betrag** die **Anzahl Wellen pro Längeneinheit** (in Radiant pro Meter) angibt und dessen **Richtung** die **Ausbreitungsrichtung** der Welle beschreibt.

PHASEN- UND GRUPPENGESCHWINDIGKEIT (1)

Betrachten wir zwei Wellen mit leicht unterschiedlichen Frequenzen f_1, f_2 und Wellenzahlen $k_1 = 2\pi/\lambda_1, k_2 = 2\pi/\lambda_2$:

$$\Psi_1 = A \sin(\omega_1 t - k_1 x) \quad (12)$$

$$\Psi_2 = A \sin(\omega_2 t - k_2 x) \quad (13)$$

Dabei haben wir vereinfachend die Nullphase ϕ_0 null gesetzt. Unter Verwendung des Additionstheorems

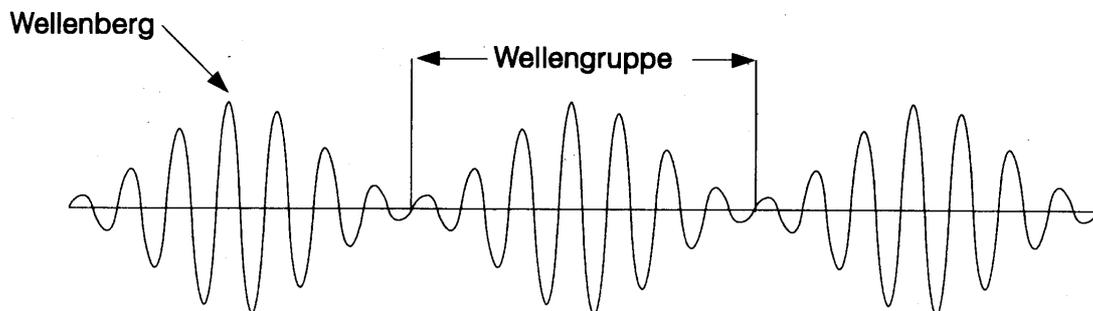
$$\sin \alpha + \sin \beta = 2 \sin \left(\frac{\alpha + \beta}{2} \right) \sin \left(\frac{\alpha - \beta}{2} \right) \quad (14)$$

erhalten wir für die Überlagerung der zwei Wellen:

$$\Psi = \Psi_1 + \Psi_2 = 2A \sin \left(\underbrace{\frac{\omega_1 + \omega_2}{2} t - \frac{k_1 + k_2}{2} x}_{(1)} \right) \sin \left(\underbrace{\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x}_{(4)} \right) \quad (15)$$

Es entsteht also ein Signal mit der Mischkreisfrequenz $(\omega_1 + \omega_2)/2$ (siehe Term(1)) mit periodischen Amplitudenschwankungen (siehe Abbildung) gemäss

$$A'(t) = 2A \sin \left(\frac{\omega_1 - \omega_2}{2} t - \frac{k_1 - k_2}{2} x \right) \quad (16)$$



Überlagerung zweier Schwingungen mit ähnlicher Frequenz (Bauer, 1997).

PHASEN- UND GRUPPENGESCHWINDIGKEIT (2)

Die Kreisfrequenz ω_{gr} der **Amplitudenschwankung**, d.h. der Gruppe, sieht man in Term (3) und die Wellenzahl der Gruppe (Breite der Gruppe) ist in Term (4) enthalten, also

$$\omega_{gr} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{2} \quad (17)$$

$$k_{gr} = \frac{k_1 - k_2}{2} \quad (18)$$

Die Ausbreitungsgeschwindigkeit ist dann nach (10) gegeben durch

$$v_{gr} = \frac{\omega_{gr}}{k_{gr}} = \frac{\omega_1 - \omega_2}{k_1 - k_2} = \frac{f_1 - f_2}{\frac{1}{\lambda_1} - \frac{1}{\lambda_2}} = -\frac{f_1 - f_2}{\lambda_1 - \lambda_2} \lambda_1 \lambda_2 = -\frac{\Delta f}{\Delta \lambda} \lambda_1 \lambda_2 \quad (19)$$

Lassen wir den Frequenzunterschied $\Delta f = f_1 - f_2$ (und den Wellenlängenunterschied $\Delta \lambda = \lambda_1 - \lambda_2$) gegen null gehen, so folgt:

$$v_{gr} = -\frac{df}{d\lambda} \lambda^2 \quad (20)$$

Gemäss (10) gilt ferner

$$f = \frac{v_{ph}}{\lambda} \quad (21)$$

und folglich

$$df = -\frac{v_{ph}}{\lambda^2} d\lambda + \frac{1}{\lambda} dv_{ph} \quad (22)$$

Diese Beziehung eingesetzt in (20) führt dann zu:

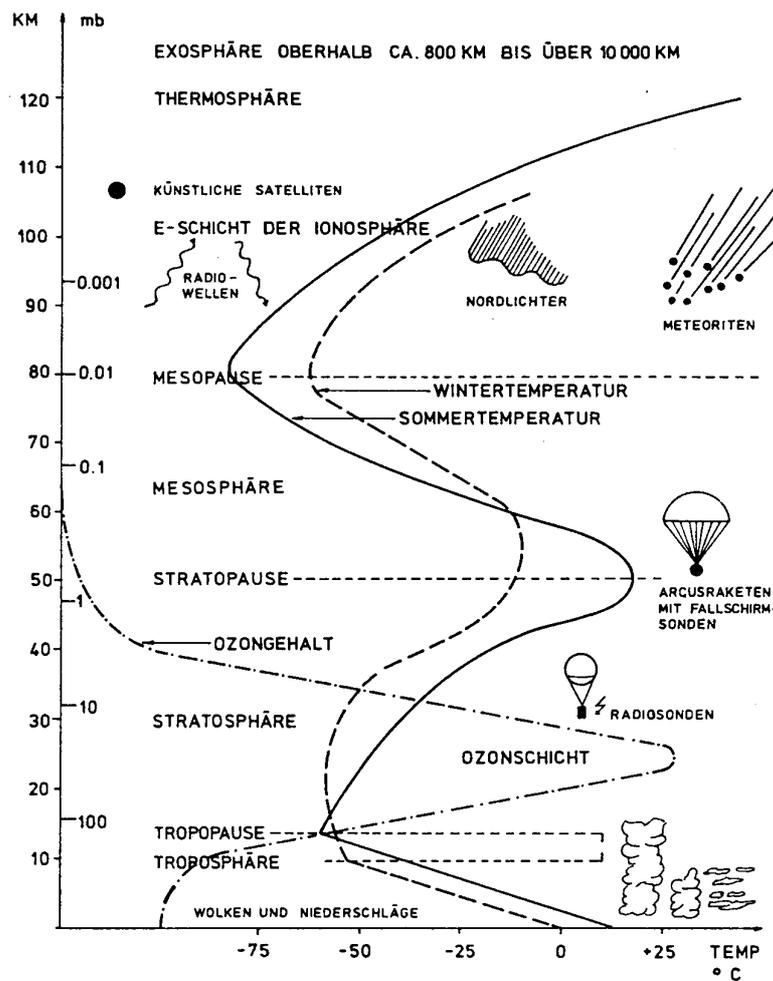
$$v_{gr} = -\frac{-\frac{v_{ph}}{\lambda^2} d\lambda + \frac{1}{\lambda} dv_{ph}}{d\lambda} \lambda^2 = v_{ph} - \lambda \frac{dv_{ph}}{d\lambda} \quad (23)$$

Dieser allgemeine Zusammenhang zwischen v_{ph} und v_{gr} wird als **Rayleigh-Gleichung** bezeichnet. Falls sich die Phasengeschwindigkeit v_{ph} mit der Wellenlänge nicht ändert (keine Dispersion), also $dv_{ph}/d\lambda = 0$, so folgt, dass Gruppen- und Phasengeschwindigkeit gleich gross sind, also $v_{gr} = v_{ph}$.

AUFBAU DER ATMOSPÄRE

Zwei Bereiche der Atmosphäre sind wichtig für die Ausbreitung der GPS-Signale:

- Die **Troposphäre**, genauer genommen der **neutrale** Teil der Atmosphäre: Ausdehnung von 0 bis ca. **10 km Höhe**. Die Verzögerung der GPS-Signale in der neutralen Atmosphäre ist **nicht dispersiv**, d.h. frequenzunabhängig.
- Die **Ionosphäre** ist dagegen **dispersiv**, d.h. die Signale der zwei GPS-Frequenzen werden unterschiedlich beeinflusst. Die Ionosphäre erstreckt sich von etwa 50–1000 km Höhe.



VERZÖGERUNG IN DER ATMOSPHERE (1)

Die Verzögerung (oder Beschleunigung) eines elektromagnetischen Signals in der Atmosphäre hängt vom **Brechungsindex** n (refractive index) ab

$$n = \frac{c}{v} \quad (24)$$

also vom Verhältnis der Lichtgeschwindigkeit im Vakuum c zur Ausbreitungsgeschwindigkeit in der Atmosphäre v .

Für ein infinitesimales Wegstück ds des Signals ist die Ausbreitungsgeschwindigkeit gegeben durch

$$v = \frac{ds}{dt} \quad (25)$$

Setzen wir nach (24) $v = c/n$ ein, so folgt

$$dt = \frac{n(s)}{c} ds \quad (26)$$

Dabei ist $n(s)$ der Brechungsindex als Funktion der Position s entlang des Weges. Wenn wir die Integration über den ganzen Signalweg L ausführen, so erhalten wir die Lichtlaufzeit (vom Aussenden des Signals zur Zeit t_1 bis zum Empfang des Signals zur Zeit t_2)

$$\Delta t_L = t_2 - t_1 = \frac{1}{c} \int_L n(s) ds \quad (27)$$

Die sogenannte elektrische (oder optische) Weglänge L_E erhält man daraus durch Multiplikation mit der Lichtgeschwindigkeit:

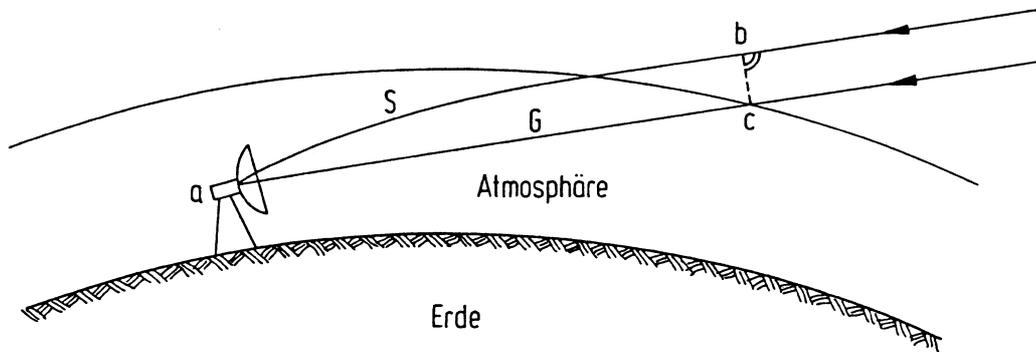
$$L_E = c(t_2 - t_1) = \int_L n(s) ds \quad (28)$$

Die Verzögerung (oder Beschleunigung) $\delta\rho_{atm}$ des Signals — genauer die “excess path length” — ist die Differenz zwischen L_E und der geradlinigen geometrischen Distanz G (Abbildung Seite 87):

$$\delta\rho_{atm} = L_E - G = \int_L n(s) ds - G = \int_L (n(s) - 1) ds + (S - G) \quad (29)$$

wobei S die Länge des wirklichen Signalweges ist.

VERZÖGERUNG IN DER ATMOSPHÄRE (2)



Signalweg S durch die Atmosphäre und geometrische Distanz G (Elgered, 1993).

Der Term $S - G$ entsteht durch die **Brechung** des Signals und ist (außer bei sehr tiefen Elevationen) sehr klein und wird vernachlässigt, wenn nicht höchste Genauigkeit erforderlich ist. Beide Effekte, die Verzögerung resp. Beschleunigung und die Brechung, werden zusammengefasst als **Refraktion** bezeichnet.

Grundsätzlich gilt, dass der Brechungsindex n von der Frequenz abhängig ist. Auf den Seiten 83/84 haben wir gesehen, dass zwischen **zwei verschiedenen Geschwindigkeiten** unterschieden werden muss: der Fortpflanzungsgeschwindigkeit v_{gr} der Wellengruppe und der Ausbreitungsgeschwindigkeit v_{ph} des einzelnen Wellenbergs (Phasengeschwindigkeit). Deshalb muss man auch **zwei verschiedene Brechungsindizes** verwenden:

$$n_{ph} = \frac{c}{v_{ph}} \quad (30)$$

$$n_{gr} = \frac{c}{v_{gr}} \quad (31)$$

VERZÖGERUNG IN DER ATMOSPHERE (3)

Uns interessiert nun der **Zusammenhang** zwischen dem **Phasen- und dem Gruppenbrechungsindex**. Wir beginnen dabei mit der Gleichung (30) für die Phasengeschwindigkeit und differenzieren sie nach der Wellenlänge λ :

$$\frac{dv_{ph}}{d\lambda} = -\frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (32)$$

Einsetzen der zwei Gleichungen (30) und der Rayleighbeziehung (23) in (32) liefert:

$$\frac{c}{n_{gr}} = \frac{c}{n_{ph}} + \lambda \frac{c}{n_{ph}^2} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (33)$$

und folglich

$$\frac{1}{n_{gr}} = \frac{1}{n_{ph}} \cdot \left(1 + \lambda \frac{1}{n_{ph}} \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \right) \quad (34)$$

Berücksichtigt man noch die Näherung $(1 + \epsilon)^{-1} = (1 - \epsilon)$, so erhält man:

$$n_{gr} = n_{ph} - \lambda \frac{dn_{ph}}{d\lambda} \quad (35a)$$

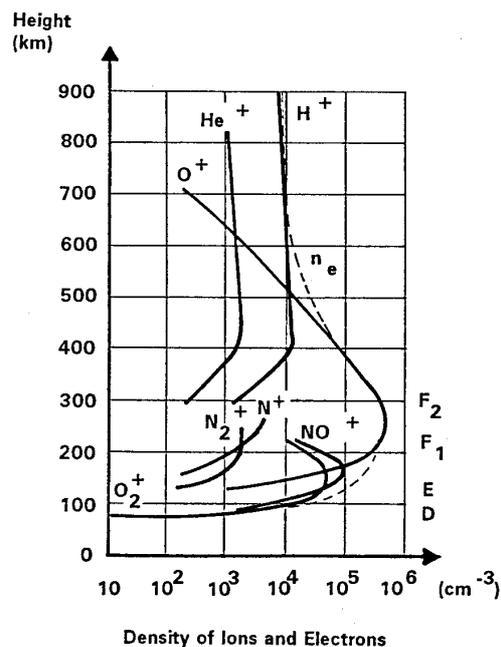
$$n_{gr} = n_{ph} + f \frac{dn_{ph}}{df} \quad (35b)$$

Um von (35a) auf die Darstellung (35b) mit der Frequenz f zu kommen, wurde noch verwendet, dass gilt (Differentiation von $v = \lambda f$):

$$\frac{\lambda}{d\lambda} = -\frac{f}{df} \quad (36)$$

DIE IONOSPHERE (1)

In der Ionosphäre sind die Gasmoleküle (im Gegensatz zur Troposphäre) sehr stark **ionisiert**: durch die Ultraviolett- und Röntgenstrahlung der Sonne werden Elektronen aus den Gasmolekülen herausgelöst. Dadurch ergeben sich **positive Ionen** und **freie Elektronen**. Für die Ionisation von verschiedenen Gasen werden unterschiedliche Energien (d.h. Frequenzen) benötigt. Da die Sonnenstrahlung je nach Frequenz in unterschiedlichen Höhen absorbiert wird, werden die einzelnen Gase in verschiedenen Höhen ionisiert. Dies führt zu einem **schichtartigen Aufbau der Ionosphäre** (siehe Abbildung) im Höhenbereich von etwa 50–1000 km.

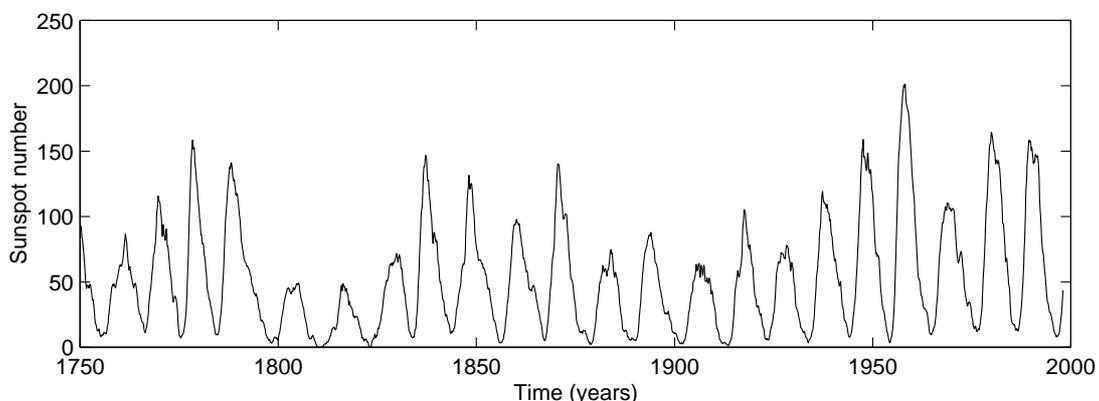


Dichte der Ionen und der freien Elektronen n_e in der Ionosphäre. Die wichtigsten Schichten werden mit D, E, F₁, F₂ bezeichnet (U. Wild, 1994).

Die Schichten unterscheiden sich in der Anzahl freier Elektronen pro m^3 , der sogenannten **Elektronendichte** N_e . Die **maximale** Elektronendichte wird in der F₂-Schicht erreicht.

DIE IONOSPHERE (2)

- Die Intensität der Sonnenstrahlung variiert mit der Zeit. Bekannt ist insbesondere der **11-jährige Sonnenzyklus**, der auf periodische Änderungen der Sonnenfleckensstruktur zurückzuführen ist (siehe Abbildung).
- Während des Maximums eines Sonnenzyklus können die Auswirkungen der Ionosphäre auf einen GPS-Empfänger so stark sein, dass die Satellitensignale nicht mehr richtig verarbeitet werden.
- Ionosphärische Störungen treten besonders häufig in **äquatornahen Zonen** (hohe Elektronendichte) und bei den **Polar-kappen** (starke kurzzeitige Variationen) auf.
- In **mittleren Breiten** ist die Ionosphäre vergleichsweise ruhig. Es gibt jedoch die **“Traveling Ionospheric Disturbances”** (TIDs): wandernde Störungen mit Perioden von einigen **Minuten** bis zu **1 Stunde** und einer Ausdehnung von **einigen 10 bis 1000 km**.
- Zudem gibt es **ionosphärische Stürme**, Ereignisse mit enormen Änderungen der Elektronendichte, die meist mit grossen Sonneneruptionen (solar flares) gekoppelt sind.
- Wegen der Stärke der Sonneneinstrahlung ergibt sich eine deutliche Abhängigkeit der Elektronendichte von der Ortszeit : Maximum etwa um **14 Uhr** Lokalzeit.



(S. Schaer, 1999)

IONOSPHERISCHE REFRAKTION (1)

Der **Phasenbrechungsindex** n_{ph} , verursacht durch die freien Elektronen, kann für Frequenzen $f > 100$ MHz ungefähr wie folgt berechnet werden:

$$n_{ph} = 1 - \alpha \frac{N_e}{f^2} \quad (37)$$

Dabei ist N_e die Dichte der freien Elektronen (pro m^3) und $\alpha \approx 40.3 \text{ m}^3 \text{ s}^{-2}$ eine Konstante. Wir sehen, dass die ionosphärische Refraktion **dispersiv** ist (Frequenzabhängigkeit f^{-2}) und von der Dichte der freien Elektronen $N_e(s)$ entlang des Weges s des Signals abhängt.

Den **Gruppenbrechungsindex** n_{gr} erhalten wir aus (37), indem wir zuerst (37) nach der Frequenz f differenzieren

$$\frac{dn_{ph}}{df} = \frac{2\alpha N_e}{f^3} \quad (38)$$

Das Einsetzen von (38) und (37) in die Rayleigh-Beziehung (35b) führt dann sofort zu:

$$n_{gr} = 1 + \alpha \frac{N_e}{f^2} \quad (39)$$

Die Brechungsindizes für Phase und Gruppe unterscheiden sich also nur im **Vorzeichen** des Terms proportional zu f^{-2} .

Da α und N_e immer positiv sind, gilt $n_{gr} > 1 > n_{ph}$ und damit auch $v_{gr} < c < v_{ph}$. Aufgrund dieser Tatsache ergibt sich also ein “phase advance” und ein “group delay” für die Phasen- resp. Code-Signale (Gruppe).

Gemäss Formel (29) erhält man die ionosphärische Refraktionskorrektur $\delta\rho_{ion,ph}$ durch die Integration des Brechungsindex n_{ph} entlang des Signalweges s ($S - G$ vernachlässigt):

$$\delta\rho_{ion,ph} = \int (n_{ph}(s) - 1) ds = \int \left(-\alpha \frac{N_e(s)}{f^2}\right) ds = -\frac{\alpha}{f^2} \int N_e(s) ds = -\alpha \frac{E}{f^2} \quad (40)$$

wobei E den sogenannten **integrierten Elektroneninhalt** (Total Electron Content: TEC) bezeichnet:

$$E = \int N_e(s) ds \quad (41)$$

IONOSPHERISCHE REFRAKTION (2)

Der TEC ist also die Anzahl der freien Elektronen, die sich in einer Säule vom Satellit bis zum Empfänger mit 1 m^2 Grundfläche befinden. Der TEC wird in der Einheit **TECU** (TEC-Units) angegeben: $1 \text{ TECU} = 10^{16}$ freie Elektronen pro m^2 . In diesen Einheiten gilt für die Konstante α

$$\alpha = 40.3 \cdot 10^{16} \text{ m s}^{-2} \text{ TECU}^{-1} \quad (42)$$

Für die Gruppenausbreitung, d.h. für Code-Messungen in GPS, erhält man in analoger Weise

$$\delta\rho_{ion,gr} = \alpha \frac{E}{f^2} \quad (43)$$

Aus den Gleichungen (40) und (43) sehen wir, dass die ionosphärische Distanzkorrektur $\delta\rho_{ion}$

- negativ ist für Phasen-Messungen, d.h. die gemessene Distanz ist kürzer als die geometrische Distanz (Beschleunigung, “phase advance”),
- positiv ist für Code-Messungen, d.h. die gemessene Distanz ist länger als die geometrische Distanz (Verzögerung, “group delay”).

Den TEC in **Zenitrichtung** nennt man “Vertical Total Electron Content” (VTEC). Oft wird dieser VTEC modelliert und nicht direkt der TEC. Um aus dem VTEC E_V (gültig in Zenitrichtung) den TEC E für einen beliebigen Zenitwinkel z zu berechnen, muss man die sogenannte “**Mapping Function**” $m_I(z)$ kennen:

$$E(z) = m_I(z) E_V \quad (44)$$

Unter der vereinfachenden Annahme eines “Single Layer” Modells — sämtliche freie Elektronen konzentriert in einer infinitesimalen Schicht in der Höhe $H \approx 450 \text{ km}$ über der Erdoberfläche (Abbildung nächste Seite) — gilt

$$m_I(z) = \frac{1}{\cos z'} \quad (45)$$

IONOSPHERISCHE REFRAKTION (3)

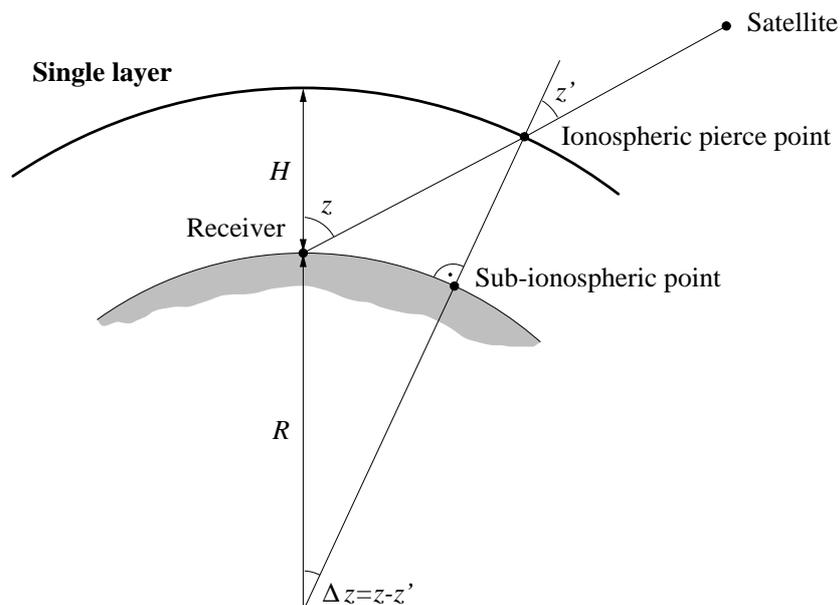
Dabei berechnet sich der Zenitwinkel z' in der Höhe der Ionosphärenschicht aus dem Zenitwinkel z beim Empfänger gemäss

$$\sin z' = \frac{R}{R + H} \sin z \quad (46)$$

R bezeichnet dabei den Abstand Erdzentrum–Empfänger.

Die ionosphärische Refraktion, z.B. $\delta\rho_{ion,ph}$ (siehe (40)), ist folglich gegeben durch:

$$\delta\rho_{ion,ph} = -40.3 \frac{E}{f^2} = -40.3 m_I(z) \frac{E_V}{f^2} = -40.3 \frac{1}{\cos z'} \frac{E_V}{f^2} \quad (47)$$



Single Layer Modell der Ionosphäre (S. Schaer, 1999).

Für GPS-Messungen mit Frequenzen um 1 GHz beträgt die ionosphärische Refraktion $\delta\rho_{ion}$ **in Zenitrichtung** (je nach Sonnenaktivität) etwa **1–15 m**. Bei sehr **tiefen Elevationen** kann sie Werte **bis zu 150 m** erreichen.

EINFLUSS DER IONOSPHERE AUF STATIONSKOORDINATEN

- Bei der **absoluten Positionierung** ist der volle Ionosphäreneinfluss wirksam.
- Haupteffekt bei der **relativen Positionierung**, wenn die ionosphärische Refraktion vernachlässigt wird: **Skalierung** der Basislinie (Vernachlässigung der Ionosphäre ergibt bei Phasenmessungen zu **kurze** Distanzen).
- Abschätzung des **Skalenfaktors** für eine Basislinie der Länge l , die man mit L_1 -Beobachtungen ohne Korrekturen für die Ionosphäre bestimmt (Elevationsmaske 15°):

$$\frac{dl}{l} [ppm] = -0.10 E_V [TECU] \quad (48)$$

Beispiel: Netz von $4 \times 4 \text{ km}^2$ in der Schweiz 1989, $E_V \approx 50$ TECU, L_1 -Lösung: $dl/l \approx -0.10 \cdot 50 \text{ ppm} = -5 \text{ ppm}$ und der Basislinienfehler $dl \approx -2.0 \text{ cm}$.

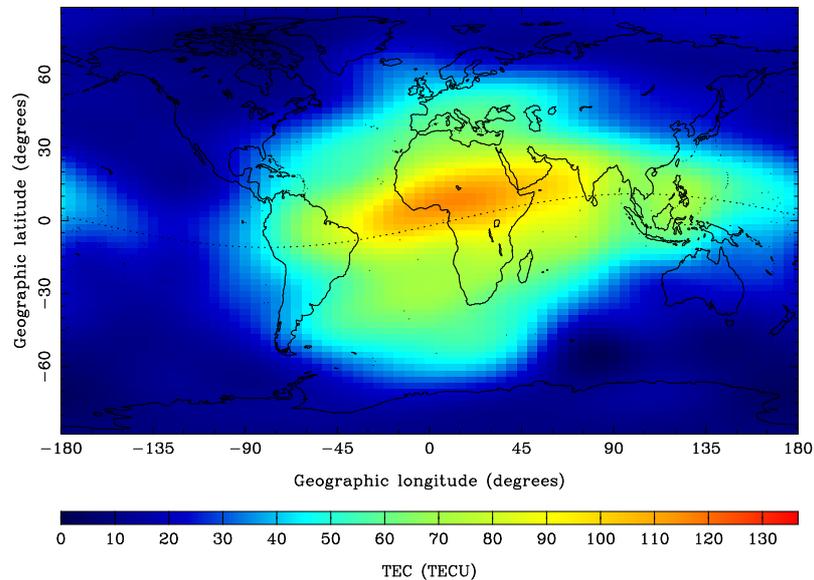
Massnahmen:

- Durch Bilden der **ionosphärenfreien Linearkombination** (siehe Seite 61) kann die ionosphärische Refraktion eliminiert werden. Dies ist für billige L_1 -Empfänger jedoch nicht möglich.
- Verwendung der **Ionosphärenkorrekturen**, die in der **Navigation Message** gesendet werden (Klobuchar-Modell).
- Verwendung von regionalen oder globalen **Ionosphärenmodellen** des IGS (aus GPS-Daten der Permanentnetze bestimmt). Damit kann der Skalenfaktor weitgehend korrigiert werden, nicht aber die kurzzeitigen Effekte (TID, siehe Seite 90), die für kinematische oder "rapid static" Anwendungen besonders kritisch sind.

Da die GPS-Daten der ionosphärischen Refraktion unterliegen, können sie verwendet werden, um **Information über die Ionosphäre** zu erhalten (siehe nächste Seite).

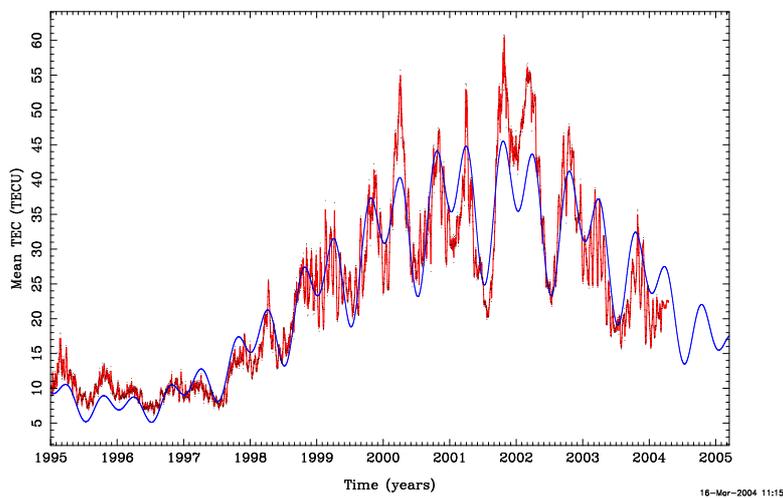
INFORMATIONEN ZUR IONOSPHERE

CODE'S GLOBAL IONOSPHERE INFO FOR DAY 283, 1999 – 13:00 UT



Globales Ionosphärenmodell (vom CODE-Analysezentrum in Bern).

CODE GIM time series from 01-Jan-1995 to 15-Mar-2004



Entwicklung der mittleren Anzahl freier Elektronen in der Ionosphäre seit 1995 (CODE Analysezentrum). Der 11-jährige Sonnenzyklus (Maximum im Jahre 2001), halbjährliche und jährliche Perioden und die Rotationsperiode der Sonne von rund 27 Tagen sind sichtbar.

TROPOSPHÄRISCHE REFRAKTION (1)

- Die GPS-Signale werden in der **Troposphäre**, genauer in der **neutralen Atmosphäre** (siehe Seite 85), aufgrund des **Brechungsindex** n verzögert (siehe Gleichung (29), Seite 86).
- Der Term $S - G$ in (29), der durch die **Krümmung des Weges** entsteht, ist für GPS unbedeutend, nämlich kleiner als **1 cm** für Elevationswinkel oberhalb 15° .
- Der Brechungsindex n ist für Radiowellen im Bereich von 100 MHz bis etwa 20 GHz **unabhängig von der Frequenz**, also **nicht-dispersiv**, d.h. die Verzögerung ist für L_1 - und L_2 -Messungen gleich gross.
- Unter Vernachlässigung der Wegkrümmung S_G können wir gemäss Gleichung (29) für die Verzögerung $\delta\rho_{trp}$ in der Troposphäre schreiben

$$\delta\rho_{trp} = \int_L (n(s) - 1) ds \quad (49)$$

Führen wir die **Brechzahl** N (refractivity) ein mit

$$N = (n - 1) \cdot 10^6 \quad (50)$$

so gilt folglich

$$\delta\rho_{trp} = \int_L (n(s) - 1) ds = 10^{-6} \int_L N(s) ds \quad (51)$$

- Die Refraktivität der Atmosphäre ist nicht nur abhängig von Druck/Dichte und der Kompressibilität der Gase, sondern auch von den elektrischen Eigenschaften der Moleküle. Die Moleküle verhalten sich wie kleine **Dipole** und bewirken Dipolmomente auf die Radiowellen.
- Bei Molekülen wie O_2 oder N_2 treten nur **induzierte Dipolmomente** auf, während z.B. H_2O -Moleküle (Wasserdampf) **permanente Dipolmomente** besitzen.

TROPOSPHÄRISCHE REFRAKTION (2)

- Nach **Smith-Weintraub** kann die Brechzahl für feuchte Luft im Frequenzbereich von 100 MHz bis 20 GHz geschrieben werden als

$$N = k_1 \frac{P_d}{T} Z_d^{-1} + k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \quad (52)$$

mit

P_d ... Partialdruck der trockenen Luft (mbar)

e ... Partialdruck des Wasserdampfs (mbar)

T ... Temperatur (K)

k_1, k_2, k_3 ... Empirische Koeffizienten (K/mbar, K/mbar, K²/mbar)

Z_d, Z_w ... Kompressibilitäten von trockener Luft und Wasserdampf

- Der **Wasserdampfdruck** e kann berechnet werden mit

$$e = \frac{H}{100} e^{-37.2465+0.213166 T-0.000256908 T^2} \quad (53)$$

H : relative Feuchte in Prozent

- Die **Kompressibilitäten** berücksichtigen, dass sich die trockene Luft und der Wasserdampf nicht wie **ideale Gase** verhalten. Nehmen wir ideale Gase an, so gilt

$$Z_d^{-1} = Z_w^{-1} = 1 \quad (54)$$

- Wir können die totale Brechzahl N von Gleichung (52) aufteilen in die Brechzahl N_d der **trockenen (dry) Luft** und die Brechzahl N_w des **feuchten (wet) Anteils** (Wasserdampf):

$$N = N_d + N_w \quad (55a)$$

$$N_d = k_1 \frac{P_d}{T} Z_d^{-1} \quad (55b)$$

$$N_w = k_2 \frac{e}{T} Z_w^{-1} + k_3 \frac{e}{T^2} Z_w^{-1} \quad (55c)$$

TROPOSPHÄRISCHE REFRAKTION (3)

- Die Gesamtverzögerung (trockener und feuchter Anteil) beträgt etwa **2.3 m** in Zenitrichtung (entspricht ca. **8 ns**) und etwa 25 m bei einer Elevation von 5° .
- **Trockener Anteil:**
 - 90% der gesamten Verzögerung
 - insbesondere vom Druck der trockenen Luft bestimmt und daher einfach modellierbar aufgrund von Bodenmessungen des Luftdrucks
 - langsame zeitliche Änderungen (ca. 2 cm / 12 Std).
- **Feuchter Anteil:**
 - Maximal etwa 40 cm
 - schnell veränderlich (örtlich und zeitlich)
 - schlecht modellier- und prädizierbar wegen der unbekanntenen Verteilung des Wasserdampfes und des Wassers in der Atmosphäre.
- Entsprechend den Formeln (55) und (51) gilt für die Verzögerung $\delta\rho_{trp}$:

$$\begin{aligned}\delta\rho_{trp} &= \delta\rho_{trp,d} + \delta\rho_{trp,w} \\ &= 10^{-6} \int N_d(s) ds + 10^{-6} \int N_w(s) ds\end{aligned}\quad (56)$$

- Die troposphärische Verzögerung hängt von der Länge des Weges in der Atmosphäre ab und ist daher eine Funktion des Zenitwinkels z des Satelliten. Um dieser **Abhängigkeit von der Zenitdistanz** z Rechnung zu tragen, wird die Verzögerung oft als Produkt der Zenitverzögerung (“zenith delay”) und der sogenannten **“mapping function”** $m_t(z)$ geschrieben:

$$\delta\rho_{trp}(z) = m_t(z) \delta\rho_{trp}^0\quad (57)$$

wobei $\delta\rho_{trp}^0 = \delta\rho_{trp}(0)$ die Zenitverzögerung bezeichnet.

TROPOSPHÄRISCHE REFRAKTION (4)

- Die einfachste Mapping-Funktion ist

$$m_t(z) = \frac{1}{\cos(z)} \quad (58)$$

- Da der Wasserdampfgehalt der Luft null wird für eine Höhe von etwa 10 km, wohingegen die trockene Luft sich bis etwa 40 km Höhe erstreckt, werden für den trockenen und feuchten Anteil ($\delta\rho_{trp,d}$ und $\delta\rho_{trp,w}$) oft **unterschiedliche Mapping-Funktionen** ($m_{t,d}$ und $m_{t,w}$) verwendet:

$$\delta\rho_{trp}(z) = m_{t,d}(z) \delta\rho_{trp,d}^0 + m_{t,w}(z) \delta\rho_{trp,w}^0 \quad (59)$$

- Die simple Mapping-Funktion $m_t(z) = 1/\cos(z)$ ist für hochgenaue Anwendungen ungenügend (sogar bei einer Elevationsmaske von 20°). Bessere Mapping-Funktionen unterscheiden sich untereinander kaum in der Qualität, solange man nicht unter 10° Elevation beobachtet.
- Heute gebräuchliche Mapping-Funktionen: **Niell, Lanyi, Chao, Herring,**

Um die **Einflüsse** der troposphärischen Refraktion zu **reduzieren**, gibt es zwei entgegengesetzte Ansätze:

- **Modellieren** der troposphärischen Refraktion **ohne GPS-Beobachtungen** zu verwenden (z.B. mit einer Standard-Atmosphäre, meteorologischen Messungen, Wasserdampfradiometern, lokalen Meteo-Modellen, . . .).
- Verwenden der GPS-Messungen, um **Troposphärenparameter zu bestimmen**, z.B. die Bestimmung der Zenitverzögerung $\delta\rho_{trp}^0$ unter Verwendung einer bekannten Mapping-Funktion $m_t(z)$.

Die zwei Ansätze werden wir später noch genauer betrachten. Zuerst wollen wir jedoch die Auswirkung der troposphärischen Refraktion auf die GPS-Punktkoordinaten diskutieren.

EINFLUSS DER TROPOSPHÄRE AUF DIE GPS-KOORDINATEN

- Da **Bahnfehler** wegen des IGS kein Problem mehr darstellen und man die **ionosphärische Refraktion** mit der ionosphärenfreien Linearkombination eliminieren kann, ist die **troposphärische Refraktion** zur **wichtigsten Fehlerquelle** bei der genauen Bestimmung von Relativkoordinaten mit GPS geworden.
- Zwei Arten von durch die troposphärische Refraktion verursachten Fehlern:
- **Relativer Troposphärenfehler:** Fehler in der Troposphärenkorrektur einer Station gegenüber der anderen Station einer Basislinie (oder in einem Netz).
 - führt fast ausschliesslich zu Fehlern in der **Stationshöhe**
 - ein Fehler von **1 cm** in der relativen Troposphärenzenitkorrektur ergibt einen Fehler in der Stationshöhe von rund **3 cm** (**Verstärkungsfaktor** abhängig von der Wahl der Elevationsmaske !).
 - besonders kritisch bei kleinen Netzen mit **grossen Höhenunterschieden** und bei **grossen Netzen**.
- **Absoluter Troposphärenfehler:** gemeinsamer Fehler bei beiden Stationen einer Basislinie (oder bei allen Stationen eines Netzes).
 - kleinerer Effekt als relativer Troposphärenfehler
 - **10 cm** Fehler in der absoluten Troposphärenzenitkorrektur führt zu einer **Skalierung** der Basislinie (des Netzes) um etwa **0.05 ppm**.
 - bedeutend für **regionale und globale Netze**, unwichtig für kleine Netze.
- Wieso sind in GPS die Höhen ca. 3 mal schlechter bestimmt als die Lage? Es können **keine Satelliten unterhalb des Horizonts** beobachtet werden und Fehler in der **troposphärischen Refraktion** sind stark mit Fehlern in der Höhe gekoppelt.

MODELLIERUNG DER TROPOSPHÄRISCHEN REFRAKTION (1)

- Die Modelle der troposphärischen Refraktion gehen gewöhnlich von Werten für den **Druck** P , die **Temperatur** T und die **relative Feuchte** H auf der Station aus und berechnen daraus die Zenitverzögerung $\delta\rho_{trp}^0$ oder sogar die Verzögerung $\delta\rho_{trp}(z)$ für den Zenitwinkel z des beobachteten Satelliten.
- Dabei müssen **Annahmen über die atmosphärischen Bedingungen** oberhalb der Station (und das **Mapping**) gemacht werden (oft durch **Radiosondenmessungen** gewonnene **empirische Ansätze**).
- Eine **Vielzahl solcher Modelle** (Saastamoinen, 1972; Hopfield, 1971; Essen+Froome, 1963; Lanyi, 1984; ...) stehen heute zur Verfügung.
- Als Illustration sei hier die Formel des **Saastamoinen-Modells** angegeben:

$$\delta\rho_{trp}(z) = \frac{2277 \cdot 10^{-6}}{\cos(z)} \left(P + \left\{ \frac{1255}{T} + 0.05 \right\} \cdot e - 1.16 \tan^2 z \right) \quad (60)$$

Dabei wird P in mbar, T in Kelvin, e in mbar und $\delta\rho_{trp}(z)$ in Meter verwendet. Der erste Term in der runden Klammer steht für den **trockenen Anteil**, der zweite Term für den **feuchten Anteil** und der dritte Term für die Berücksichtigung der **Erdkrümmung**.

- Die **meteorologischen Daten** P, T, H (resp. e , siehe (53)) stammen entweder
 - aus **Messungen auf der Station** oder werden
 - mit Hilfe einer **Standardatmosphäre** berechnet.

MODELLIERUNG DER TROPOSPHÄRISCHEN REFRAKTION (2)

- Bei Verwendung einer **Standardatmosphäre** startet man mit Werten P_0 , T_0 und H_0 für Druck, Temperatur und relative Feuchte auf *Meereshöhe* h_0 und benutzt Formeln für die Extrapolation dieser Größen auf die Höhe h der Station (h_0 und h in Metern):

$$P = P_0 (1 - 0.0000226 (h - h_0))^{5.225} \quad (61a)$$

$$T = T_0 - 0.0065 (h - h_0) \quad (61b)$$

$$H = H_0 e^{-0.0006396 (h - h_0)} \quad (61c)$$

- Typische **Startwerte** für Druck, Temperatur und relative Feuchte auf Meereshöhe sind beispielsweise:

$$P_0 = 1013.25 \text{ mbar}, \quad T_0 = 18^\circ \text{ Celsius}, \quad H_0 = 50 \% \quad (62)$$

P , T und H auf der Höhe der Station können mit diesen Formeln sehr einfach berechnet werden.

- Man **misst** die meteorologischen Daten auf der Station. Dies kann ziemlich **aufwendig** sein, wenn man über keine automatischen Meteostationen verfügt.
- **Probleme:**
 - Die **Standard-Atmosphäre entspricht nicht den wirklichen meteorologischen Verhältnissen**. Dazu müssten tägliche, saisonale, breitenabhängige Variationen, etc. mitmodelliert sein.
 - Bodenmessungen sind oft **zu wenig genau** oder die Meteor-Geräte sind **nicht genügend geeicht**, etc.
 - Bodenwerte für P , T und H können durch **Bodeneffekte** verfälscht sein und müssen **nicht repräsentativ** sein für die **ganze Atmosphäre** oberhalb der Station.
 - **Azimutale Variationen** in der Atmosphäre werden auch nicht erfasst.

MODELLIERUNG DER TROPOSPHÄRISCHEN REFRAKTION (3)

- Wie genau muss man Druck, Temperatur und relative Feuchte auf der Station kennen? Die folgende Tabelle zeigt die **Abhängigkeit der Troposphärenzenitkorrektur** von Temperatur T , Druck P und relativer Feuchte H (nach dem Modell von Saastamoinen):

T	P	H	$\left \frac{\partial \Delta \rho}{\partial T} \right $	$\left \frac{\partial \Delta \rho}{\partial P} \right $	$\left \frac{\partial \Delta \rho}{\partial H} \right $
C°	mbar	%	mm/C°	mm/mbar	mm/1%
0°	1000	100	5	2	0.6
30°	1000	100	27	2	4
0°	1000	50	3	2	0.6
30°	1000	50	14	2	4

- Eine weitere Möglichkeit ist die Verwendung von **Wasserdampf-radiometern**, um den Wasserdampf in der Atmosphäre zu messen. Dies liefert den feuchten Anteil. Den trockenen Anteil kann man mit Hilfe von **Druckmessungen auf der Station** genügend genau berechnen. Wasserdampfradiometer sind aber **sehr teuer**.

BESTIMMEN VON TROPOSPHÄRENPARAMETERN (1)

- Als Alternative zur Modellierung der troposphärischen Refraktion bietet sich die **Bestimmung von Troposphärenparametern aus den GPS-Beobachtungen** an.
- Gebräuchlichste Art: Bestimmung einer **Zenittroposphärenkorrektur** $\delta \rho_{trp}^0$ **pro Station** und **Zeitintervall**, z.B. alle 1-2 Stunden.
- Alternative: Schätzen der Zenitkorrektur als **stochastischer** Parameter, z.B. als Random-Walk- oder Gauss-Markov-Prozess (**Kalmanfilter**)

BESTIMMEN VON TROPOSPHÄRENPARAMETERN (2)

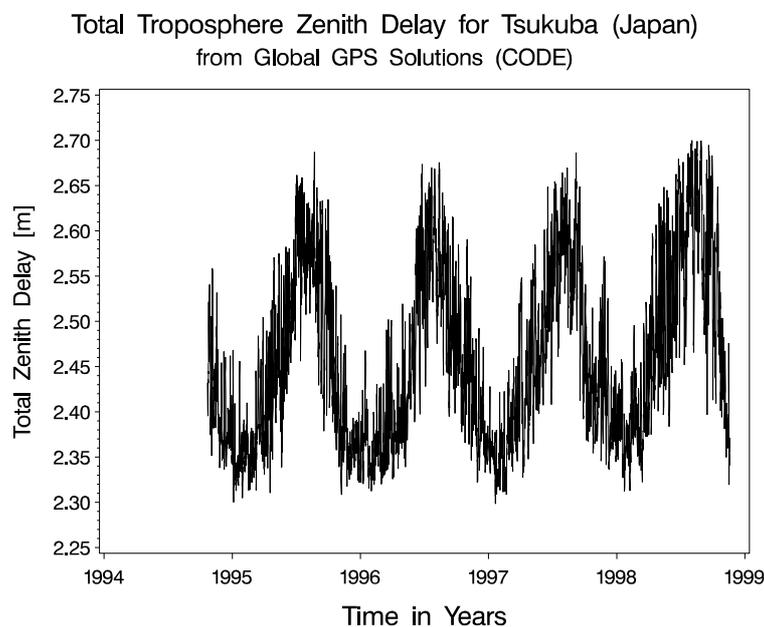
- Sobald die **Beobachtungsdauer** mehr als **1-2 Stunden** beträgt, sollten bei **statischen** GPS-Messungen Troposphärenparameter bestimmt werden. Die meisten kommerziellen Software-Pakete erlauben heutzutage eine solche Bestimmung.
- **Troposphärenschätzungen sind problematisch**, falls
 - nur **kurze Sessionen** beobachtet wurden. Die saubere **Auftrennung** von Troposphäre und Höhe bedingt **lange Sessionen** (sicher > 1 h).
 - **kinematische** Messungen vorliegen, wo Koordinaten für jede Epoche bestimmt werden müssen.

In solchen Fällen liegt das Schwergewicht auf der **Modellierung**.

- **Kleine Netze** (< 50 km): Troposphärenparameter können nur **relativ zu einer Referenzstation** bestimmt werden, da die Troposphärenparameter zweier Stationen **fast vollständig korreliert** sind und nicht aufgetrennt werden können. (Die Satelliten werden von allen Stationen unter fast dem gleichen Zenitwinkel gesehen).
Für **globale Netze** gilt diese Einschränkung nicht mehr (wieso?).
- Troposphärenparameter sind sehr stark mit anderen Parametern **korreliert**:
 - Stationshöhen
 - Empfänger- und Satellitenuhren
 - Phasenmehrdeutigkeiten
- Sie werden **stark beeinflusst** von Modellfehlern: Antennen-Phasenzentrumsvariationen, Multipath (Mehrwegeeffekte), ...
- Trotz der hohen Korrelationen werden Troposphärenparameter bei langen Sessionen **sehr genau** bestimmt: **2-4 mm** (aus Vergleichen mit Wasserdampfadiometern).

TROPOSPHÄRENPARAMETER: METEOROLOGIE/KLIMATOLOGIE

- Während früher die Verzögerung durch die Troposphäre als ein **Ärgernis** angesehen wurde, das die genaue Bestimmung von Punktkoordinaten erschwert, sieht man heute darin auch ein **interessantes Signal**.
- Von den mit GPS bestimmten Zenittroposphärenparametern erhält man Information über den **integrierten Wasserdampfgehalt** oberhalb der Station. Sowohl **Meteorologen** als auch **Klimatologen** sind an solchen Daten interessiert.
- Als Beispiel zeigt die Abbildung die aus GPS-Daten bestimmte Gesamtverzögerung durch die Troposphäre für die Station **Tsukuba in Japan**. Deutlich sind die saisonalen Schwankungen aufgrund der **grossen Feuchtigkeit im Sommer** zu sehen.



Aus GPS-Daten bestimmte Gesamtverzögerung der GPS-Signale durch die Troposphäre.

9. Antennenhöhe, Antennenphasenzentren, Multipath, Messrauschen

- Antennenhöhe
- Phasenzentrum der Empfängerantenne
- Phasenzentrum der GPS-Satelliten
- Multipath, Abschattungen, Messrauschen

ANTENNENHÖHE

- Die GPS-Messungen beziehen sich in geometrischer Hinsicht auf die Lage des **elektrischen Phasenzentrums** der Antenne.
- Gesucht ist jedoch meistens die Position eines Punktes (Marker) auf dem Boden oder der Basislinienvektor (Relativvektor) zwischen zwei Markern (am Boden).
- Der Vektor vom Marker am Boden zum Phasenzentrum setzt sich aus zwei Anteilen zusammen:
 1. Vektor vom **physikalischen Punkt am Boden (Marker)** zu einem physikalischen Punkt an der Antenne, dem sogenannten **Antenna Reference Point (ARP)**. Wenn die Antenne zentrisch über dem Punkt aufgestellt wird, so sind die horizontalen Komponenten des Vektors null und man misst nur die **Antennenhöhe ΔH** .
 2. Vektor vom ARP zum eigentlichen Phasenzentrum der Antenne: **Offset des Antennenphasenzentrums**. Die Hauptkorrektur ist auch hier in der Höhe.

Die Korrektur $\Delta \mathbf{X}$ der geozentrischen Position aufgrund der Antennenhöhe ΔH ist gegeben durch:

$$\Delta \mathbf{X} = \begin{pmatrix} \Delta H \cos \phi \cos \lambda \\ \Delta H \cos \phi \sin \lambda \\ \Delta H \sin \phi \end{pmatrix}$$

mit der ellipsoidischen Breite ϕ und Länge λ .

- Die korrekte Messung der **Antennenhöhe** und die richtige **Zentrierung** sind von **grösster Wichtigkeit** bei GPS-Anwendungen, die eine hohe Genauigkeit erfordern. Eine GPS-Messung wird nie genauere Resultate liefern als die Genauigkeit der Aufstellung und Antennenhöhenmessung.
- Um Fehler zu vermeiden, die später **nicht mehr korrigiert werden können**, sollte die Antennenhöhe **zweimal** gemessen werden (z.B. einmal vor und einmal nach den Messungen).

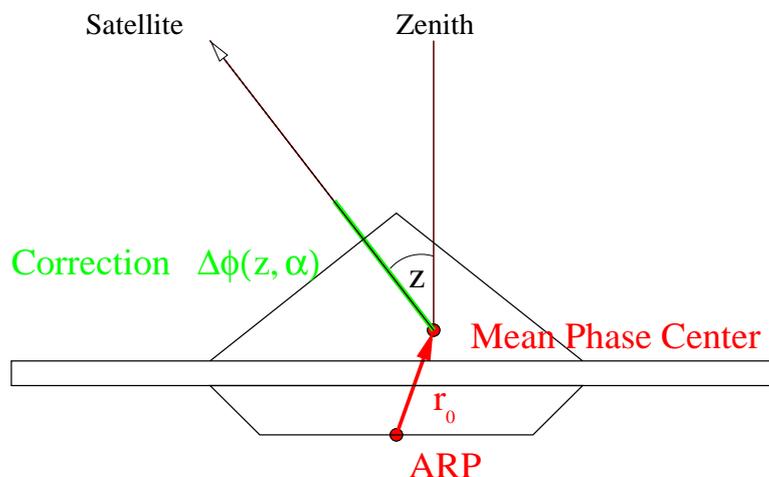
DEFINITION DES PHASENZENTRUMS (1)

In der Vermessung und Navigation wird eine Vielzahl von GPS-Antennen eingesetzt, die sich in ihren Charakteristiken (Gewicht, Multipath, Design, Grundplatte, usw.) deutlich unterscheiden.

Das Phasenzentrum einer GPS-Antenne, der eigentliche **Empfangspunkt des Signals**, ist bei jedem Antennentyp an einem unterschiedlichen Ort lokalisiert. Zudem ist das **Phasenzentrum nicht fest mit der physikalischen Antenne verknüpft**, sondern verändert seine Lage je nachdem, aus welcher Richtung das GPS-Signal einfällt. Die Position des Phasenzentrums und dessen Variation sollten deshalb bei der Auswertung von GPS-Messungen mit hohen Genauigkeitsanforderungen berücksichtigt werden.

Ein **Satz von Korrekturen** für das Antennenphasenzentrum ist gegeben durch:

1. Einen **mittleren Offset** r_0 des Phasenzentrums: der Vektor von einem physikalischen Punkt der Antenne, dem sogenannten **Antenna Reference Point (ARP)** zur Position des mittleren Phasenzentrums (gemittelt über einen bestimmten Elevationsbereich).
2. **Elevations- (und azimut-)abhängige** Phasenzentrumskorrekturen $\Delta\phi(z, \alpha)$ gegenüber dem mittleren Phasenzentrum r_0 .



DEFINITION DES PHASENZENTRUMS (2)

Variationen des Antennenphasenzentrums $\Delta\mathbf{r}_{ant}$ werden also mathematisch beschrieben durch:

$$\Delta\mathbf{r}_{ant} = \mathbf{r}_0 + \Delta\phi(z, \alpha) \cdot \mathbf{e}_{z,\alpha}$$

dabei ist $\mathbf{e}_{z,\alpha}$ der Einheitsvektor Richtung Satellit:

$$\mathbf{e}_{z,\alpha} = \begin{pmatrix} \cos \alpha \sin z \\ \sin \alpha \sin z \\ \cos z \end{pmatrix}$$

EMPFÄNGER-/ANTENNEN-STANDARDS DES IGS

- Der IGS hat mit der **Standardisierung** von Empfänger- und Antennennamen bereits 1992 begonnen.
- Neue Namenskonvention (inkl. Haubenbezeichnungen) am **4. Juli 1999**; laufende Erweiterung der Namenslisten.
- wichtige Dateien am Central Bureau Information System (CBIS) des IGS (<ftp://igscb.jpl.nasa.gov/igscb/station/general/>):
 - `rcvr_ant.tab`: Namenskonvention für sämtliche Empfänger, Antennen und Radome (Hauben).
 - `antenna.gra`: Datei mit Antennenskizzen (Fotos von den meisten Antennen (Gerry Mader, NGS): <http://www.ngs.noaa.gov/ANTCAL>)
 - `igs_01.atx` bzw. `igs_01.pcv`: **Kalibrierwerte** (mittlere Offsets und elevationsabhängige Korrekturen) für das Phasenzentrum der GPS-Antennen.
 - `antex13.txt`: Formatbeschreibung des ANTEX-Formats
- Alle IGS-Korrekturen **relativ zur Dorne Margolin T-Antenne (AOAD/M_T, Referenz)**. Elevationsabh. Korrekturen dieser Referenzantenne wurden **Null gesetzt** (keine absoluten Korrekturen).
- Die IGS-Werte sind zu einem **weltweiten Standard** geworden.

EMPFÄNGER-/ANTENNENNAMEN DES IGS

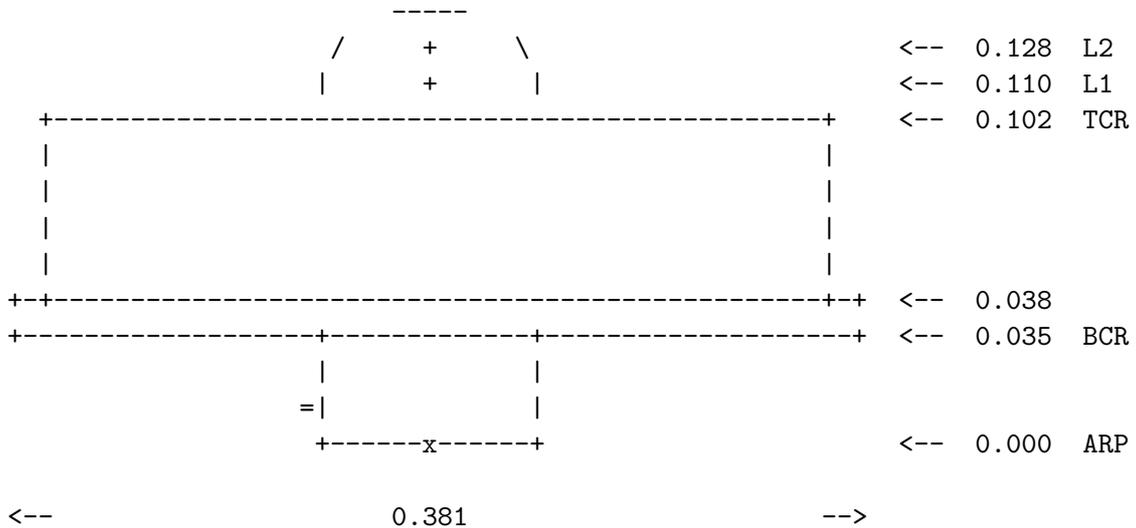
DATEI: rcvr_ant.tab

TRIMBLE Receivers (20 Z.)	Description
TRIMBLE 4000S	Single frequency model
TRIMBLE 4000SE	Single frequency with internal antenna
TRIMBLE 4000SL	Single frequency model
TRIMBLE 4000ST S	Single frequency model
TRIMBLE 4000ST	Dual frequency model
TRIMBLE 4000SX	Single frequency model
TRIMBLE 4000SLD	Dual freq. L1 C/A; L2 squaring
TRIMBLE 4000SST	Dual freq. L1 C/A; L2 squaring; L2 P-code optional
TRIMBLE GEODESIST P	Dual freq. P-code on L1 and L2 (same box as SST)
TRIMBLE 4000SSE	Dual freq. P-code on L1 and L2; xcr Y-code
TRIMBLE 4000SSI	Dual freq. P-code on L1 and L2; xcr Y-code ("Geodetic Surveyor 4000SSi")
TRIMBLE 4000SSI-SS	Dual freq. P-code on L1 and L2; xcr Y-code ("Site Surveyor 4000SSi")
TRIMBLE 4400	L1/L2 receiver, enhanced L2 tracking
TRIMBLE 4600	L1 receiver, with internal antenna
TRIMBLE 4700	"Total station 4700" (external antenna)
TRIMBLE 4800	L1/enhanced L2 receiver, with internal antenna and radio modem, p/n: 32119-XX
TRIMBLE Antennas (20 Z.)	Description
TRM12562.00+SGP	4000SLD L1/L2, square groundplane, Model 12562.00
TRM12562.10+RGP	4000SLD L1/L2, round groundplane, Model 12562.10
TRM14156.00-GP	4000ST Kinematic External, Model 14156.00 (no groundplane)
TRM22020.00+GP	Geod. L1/L2 compact, with groundplane, Model 22020-00
TRM22020.00-GP	Geod. L1/L2 compact; w/o groundplane, Model 22020-00
TRM29659.00	Trimble L1/L2 Dorne Margolin element with chokerings Model 29659.00
TRM33429.00+GP	L1/L2 microcentered, Compact Geodetic, Model 33429.00 (with groundplane)
TRM33429.00-GP	L1/L2 microcentered, Compact Geodetic (no groundplane)
TRM4800	L1/enhanced L2 receiver, with internal antenna and radio modem, p/n: 32119-XX

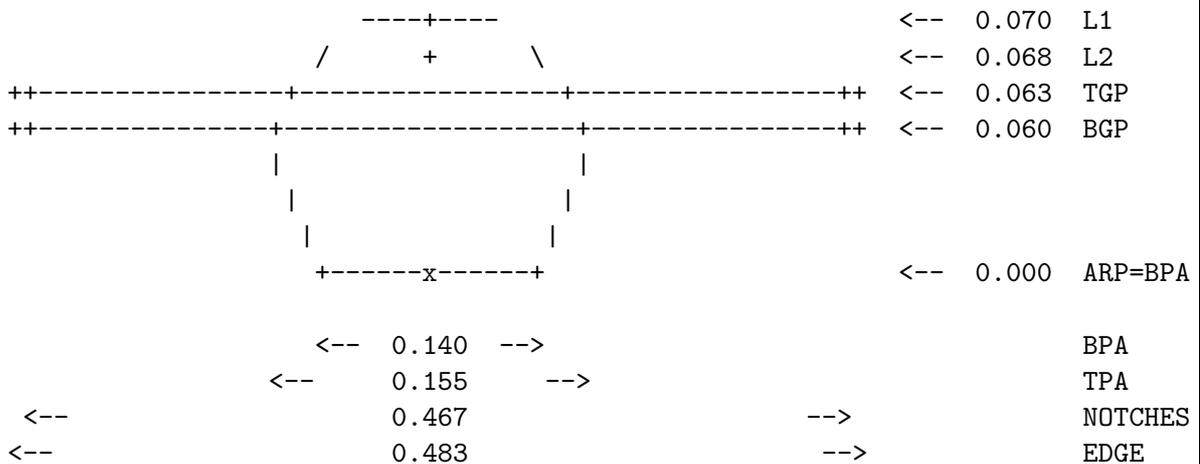
PHASENZENTRUMSSKIZZEN DES IGS

DATEI: antenna.gra

TurboRogue: AOAD/M_T (Alt: DORNE MARGOLIN T)



Trimble: TRM14532.00 (Alt: 4000ST L1/L2 GEOD)



ARP: Antenna Reference Point

L1 : L1 Phase Center

TCR: Top of Chokingring

TGP: Top of Ground Plane

TPA: Top of Preamplifier

L2 : L2 Phase Center

BCR: Bottom of Chokingring

BGP: Bottom of Ground Plane

BPA: Bottom of Preamplifier

PHASENZENTRUMSKORREKTUREN DES IGS

DATEIEN: antex13.txt und igs_01.atx

```

+-----+-----+-----+
|NORTH / EAST / UP | Receiver antenna: | 3F10.2,30X |
|                   | Eccentricities of the antenna phase |           |
|                   | center relative to the antenna reference |           |
|                   | point (ARP). North, east and height |           |
|                   | component (in millimeters). |           |
+-----+-----+-----+
|(Values of a non- | The flag 'NOAZI' denotes a non-azimuth- | 3X,A5,mF8.2|
|azimuth-dependent | dependent pattern that has to be |           |
|pattern)          | specified in any case (also if 'DAZI' > |           |
|                   | 0.0). |           |
|                   | Phase pattern values in millimeters from |           |
|                   | 'ZEN1' to 'ZEN2' (with increment 'DZEN'). |           |
|                   | All values on one line. |           |
+-----+-----+-----+

```

```

      1.3          G          ANTEX VERSION / SYST
R          AOAD/M_T        PCV TYPE / REFANT
                                END OF HEADER
                                START OF ANTENNA
                                TYPE / SERIAL NO
AOAD/M_T                                0  30-JUN-96 METH / BY / # / DATE
FIELD
  0.0                                DAZI
  0.0 90.0  5.0                       ZEN1 / ZEN2 / DZEN
  2                                    # OF FREQUENCIES
G01                                    START OF FREQUENCY
  0.00          0.00      110.00        NORTH / EAST / UP
NOAZI  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00
  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00
G01                                    END OF FREQUENCY
G02                                    START OF FREQUENCY
  0.00          0.00      128.00        NORTH / EAST / UP
NOAZI  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00
  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00  0.00
G02                                    END OF FREQUENCY
                                END OF ANTENNA
                                START OF ANTENNA
                                TYPE / SERIAL NO
TRM22020.00+GP                                13  30-JUN-96 METH / BY / # / DATE
FIELD
  0.0                                DAZI
  0.0 80.0  5.0                       ZEN1 / ZEN2 / DZEN
  2                                    # OF FREQUENCIES
G01                                    START OF FREQUENCY
  1.50          -1.20      75.10        NORTH / EAST / UP
NOAZI  0.00  1.80  4.60  8.10  11.70  14.50  16.10  16.90  16.90
16.20  14.90  13.40  11.90  10.40  9.00  7.90  8.20
G01                                    END OF FREQUENCY
G02                                    START OF FREQUENCY
 -1.10          1.70      69.20        NORTH / EAST / UP
NOAZI  0.00  0.30  0.90  1.80  3.00  4.10  4.90  5.40  5.60
 5.60  5.30  4.50  3.60  2.80  2.10  1.20  0.10
G02                                    END OF FREQUENCY
                                END OF ANTENNA

```

EINFLUSS DER PHASENZENTRUMSVARIATIONEN AUF DIE KOORDINATEN

Zwei Arten von Fehlereinflüssen:

- Kombination von **verschiedenen** Antennentypen:
 - Haupteffekt in der **Höhe**, da die vertikalen Offsets grösser sind als die horizontalen Offsets.
 - Effekte bis zu **10 cm**, wenn Troposphärenparameter mitbestimmt werden, sonst maximal **2–3 cm**.
 - Horizontale Effekte bis zu **einigen Millimetern**.

Abhilfe:

- möglichst **gleiche Antennentypen** verwenden und Antennen **gleich orientieren** (Ausrichtung nach Norden).
- **Phasenzentrumskorrekturen** anbringen (z.B. vom IGS); Korrekturen **relativ** zu einer **Referenzantenne** genügen.
- Bei langen Basislinien treten auch mit **demselben** Antennentyp Fehler auf:
 - Stationen empfangen denselben Satelliten aus verschiedenen Elevationen.
 - Haupteffekt in der **Länge** der Basislinien (Skalierung).
 - Skalenfaktor bis zu **16 ppb** (entspricht **10 cm** Höhenänderung im globalen Netz).

Abhilfe:

- **Absolute** Antennenphasenzentrumskorrekturen nötig.
- **Problemkreise:**
 - Verschiedene Antennentypen in den **Permanentnetzen**
 - **Anbindung** an eine Referenzstation mit unterschiedlichem Antennentyp (IGS, EUREF, DREF, SAPOS, ...)
 - **Antennenwechsel** auf Permanent- oder Referenzstationen
 - Systematische Fehler beim Ändern der **Elevationsmaske**

BESTIMMUNG VON PHASENZENTRUMSVARIATIONEN

- Mittlere Antennenoffsets und elevations- (und azimut)-abhängige Variationen gehören zusammen und müssen **konsistent bestimmt** werden.

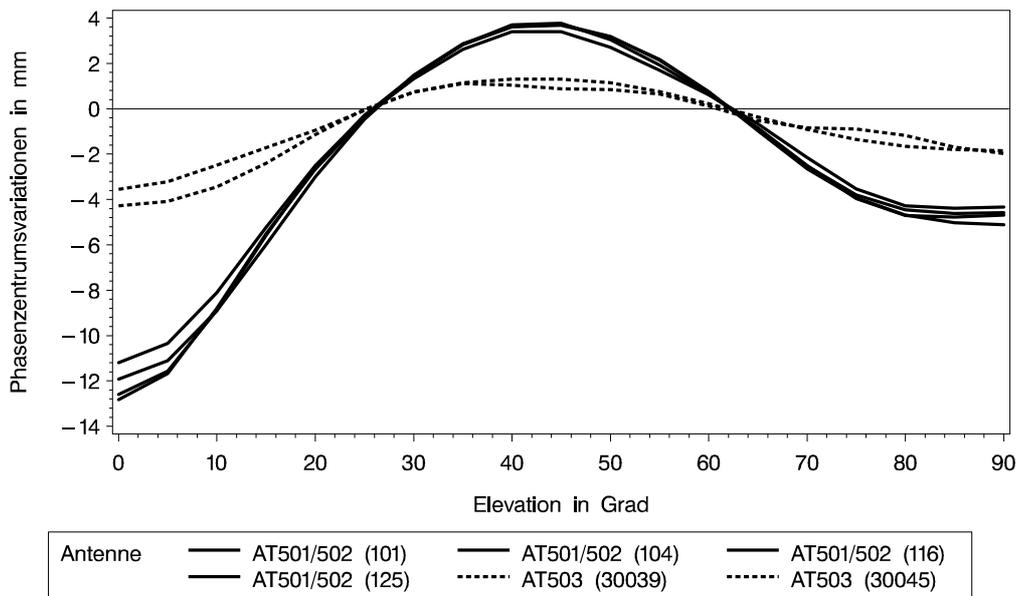
- **Relative Kalibrierung** (GPS):
 - Kalibrierung einer Antenne gegenüber einer **Referenzantenne**.
 - GPS-Daten von langen Sessionen und sehr kurzen Basislinien mit bekannten Koordinaten.
 - Schätzen der Antennenoffsets und -variationen aus den GPS-Daten (Koordinaten festgehalten).

- **Absolute Kalibrierung** (GPS):
 - aus GPS-Daten (lange Sessionen, kurze Basislinien).
 - **Verkippen** und **Drehen** der zu kalibrierenden Antenne.
 - **Drehpunkt** und Drehwinkel müssen sehr genau bekannt sein.
 - realisiert mit präzisiertem **Roboter** am Institut für Erdmessung in Hannover (Prof. Seeber).
 - sorgfältiges Eliminieren des Multipath (Mehrwegeeffekte).

- **Absolute Kalibrierung** (Kammer):
 - Kalibrierung in einem **mikrowellentoten Raum** (anechoic chamber) mit künstlichen GPS-Signalen.
 - Drehen der Antenne in alle möglichen Richtungen.
 - Der Punkt, um den man die Antenne dreht, muss sehr genau bekannt sein.
 - Schwierig, gleiche Bedingungen **wie im Freien** zu erzeugen (Montierung der Antenne, Signal, Vorverstärker, etc.).

BESTIMMUNG VON PHASENZENTRUMSVARIATIONEN MIT GPS-DATEN

Beispiel: Zwei unterschiedliche Leica-Antennentypen



- Unterschiedliche Antennen können sehr verschiedene Phasenzentrumsvariationen aufweisen.
- Entfernen der **Grundplatte** kann das Phasenzentrum um **2 cm** in der Höhe verschieben.
- Hinzufügen oder Entfernen eines **Radoms**: Effekte von ein paar Zentimetern möglich.
- Antennen desselben Typs stimmen meist sehr gut überein (ausser kleine Antennen ohne Grundplatte, ältere Modelle).
- Kalibrierresultate desselben Typs an unterschiedlichen Orten stimmen recht gut überein (wenige Millimeter).
- **Einfluss der Umgebung** (schwer kalibrierbar):
 - Aufstellung der Antenne (hoch oder tief)
 - Monumentierung und Multipath-Umgebung
 - Schnee, Wasser, etc.

ANTENNEN: SCHLUSSFOLGERUNGEN

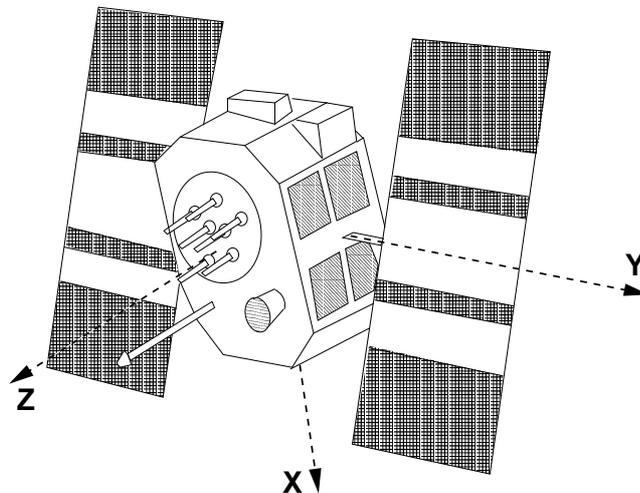
- Wenn immer möglich, für alle Punkte **denselben Antennentyp** verwenden.
- Falls unterschiedliche Antennen involviert sind, sollten **Antennenkorrekturen** angebracht werden (möglichst mittlere Offsets *und* elevationsabhängige Variationen).
- Vom **IGS** werden **konsistente Antennenkorrekturen** für die meisten geodätischen Antennentypen zur Verfügung gestellt:
ftp://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/station/general
File: *igs_01.atx* bzw. *igs_01.pcv*
- **Genauigkeit der IGS-Korrekturen: 3-6 mm in der Höhe, 1-3 mm in der Lage.**
- Die Abhängigkeit des Antennenverhaltens von der individuellen **Umgebung** (Multipath) kann mit diesen Korrekturwerten nicht erfasst werden.
- Folgende Unterschiede können problemlos Änderungen in der Höhe von 1-3 cm verursachen und sollten daher beachtet werden:
 - Antenne mit oder ohne Grundplatte
 - Antenne mit oder ohne Radom
 - Antenne 20 cm oder 120 cm über dem Boden aufgestellt
 - Schnee auf der Antenne, nasser oder trockener Boden
 - Art der Aufstellung: Dreibein, Monument, Pfeiler, ...

PHASENZENTRUM DER GPS-SATELLITEN

- Auch beim Satelliten gibt es einen Offset zwischen dem **Antennenphasenzentrum** (Punkt der Signalemission) und dem **Massenschwerpunkt** des Satelliten.
- Im IGS werden die folgenden Werte für diese Antennen-Offsets verwendet:

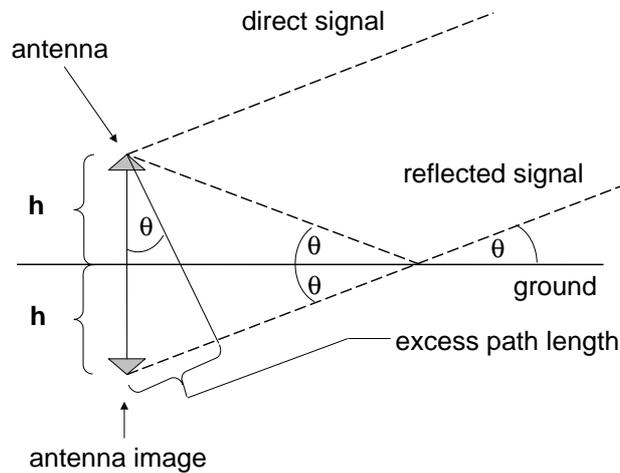
Satelliten- typ	Antennen-Offset		
	X (m)	Y (m)	Z (m)
Block I	0.2100	0.0000	0.8540
Block II	0.2790	0.0000	1.0230
Block IIA	0.2790	0.0000	1.0230
Block IIR	0.0000	0.0000	0.0000

Die Werte in X, Y, Z beziehen sich auf ein satelliten-spezifisches Koordinatensystem (siehe Abbildung).



- Es ist wichtig zu wissen, dass in den IGS Precise Orbit Files (SP3, siehe Seite 71) die Positionen des **Massenschwerpunktes** gegeben sind und nicht die des Antennenphasenzentrums.
- Beim differentiellen GPS über kurze Basislinien sind diese Offsets nicht kritisch (Reduktion durch Differenzbildung).

MEHRWEGEFFEKTE (MULTIPATH)



- **Multipath** tritt auf, wenn die GPS-Antenne neben dem direkten Satellitensignal auch **Reflexionen** des Signals von Objekten der Umgebung empfängt.
- Es kommt im Empfänger zu einer **Überlagerung** des **direkten** und **indirekten** Signals, was zu einer Änderung der Signalstärke und einer Phasenverschiebung führt.
- Systematische Multipatheffekte betragen für Code-Messungen **einige Meter** (maximal etwa 50 m), für die Phasen-Messungen bis **5 cm**.
- Die Signalstörungen haben typischerweise Perioden von **5-30 Minuten**.
- Von Multipath besonders stark betroffen sind **kurze Beobachtungszeiten** (keine Herausmittelung) und Beobachtungen bei **tiefer Elevation**.
- **Abhilfe:**
 - Antennendesign (Grundplatte, Choke ring)
 - Auswahl der Punkte (freier Horizont, etc.)
 - Längere Beobachtungszeiten (Mittelung)

ABSCHATTUNGEN, BEUGUNG, INTERFERENZEN

- Die Qualität der GPS-Resultate (absolute oder relative Positionierung) hängt massgeblich von der **Anzahl sichtbarer Satelliten** und deren **Verteilung** über den Himmel ab.
- Man sollte daher einen möglichst **freien Horizont** und **keine Abschattungen** haben. Wälder und Stadtschluchten sind schlechte Gebiete für GPS-Messungen.
- An Gebäuden, Zäunen, Bäumen etc. kann das GPS-Signal **gebeugt** werden, was ebenfalls zu systematischen Messfehlern führt.
- **Mikrowellensender und -anlagen**, die Signale mit Frequenzen in der Nähe der GPS-Frequenzen aussenden, können den GPS-Empfänger empfindlich stören (**Interferenzen**). In Extremfällen kann der Empfänger keine GPS-Signale mehr aufzeichnen.

MESSRAUSCHEN

Das zufällige Messrauschen beinhaltet das wirkliche Messrauschen (durch den Messprozess gegeben, typischerweise 1% der Wellenlänge/Chiplänge) und zufällige Multipathanteile.

Messtyp	Messrauschen
C/A-Code	10–300 cm
P-Code	10–30 cm
Phase	0.2–5 mm

10. Datenvorverarbeitung: Preprocessing

- Datenaustausch und Konversion: RINEX-Format
- Fehlmessungen und Cycle Slips
- Zero-Difference Preprocessing
- Triple-Difference Preprocessing

DATENAUSTAUSCH UND KONVERSION: RINEX-FORMAT

- Jeder Empfängerhersteller hat ein eigenes **Raw Data Format** und jede kommerzielle GPS Processing Software verwendet wiederum ihr eigenes Datenformat.
- Um den **Datenaustausch** zu ermöglichen und die GPS-Daten in einem **empfänger-unabhängigen** Format speichern zu können, wurde von **Werner Gurtner** (Astronomisches Institut der Universität Bern) das **Receiver Independent Exchange Format (RINEX)** geschaffen.
- Das Format umfasst **drei** verschiedene Typen von ASCII-Dateien:
 - Beobachtungsdaten (Code- und Phasenmessungen, Doppler)
 - Navigation Message Daten
 - Meteorologische Daten
- Jedes File besteht aus einem **Kopfteil** und einem **Datenteil**. Die max. Zeilenlänge beträgt 80 Zeichen.
- Details zum RINEX-Format findet man unter

<http://igsb.jpl.nasa.gov/igsb/data/format/>

```

+-----+
|                                     |
|             METEOROLOGICAL DATA FILE - EXAMPLE             |
|-----+
-----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

      2.10          METEOROLOGICAL DATA          RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXM V9.9      AIUB                          3-APR-96 00:10  PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MET DATA FILE                          COMMENT
A 9080                                                MARKER NAME
      3    PR    TD    HR                          # / TYPES OF OBSERV
PAROSCIENTIFIC    740-16B                          0.2    PR SENSOR MOD/TYPE/ACC
HAENNI            0.1    TD SENSOR MOD/TYPE/ACC
ROTRONIC          I-240W                          5.0    HR SENSOR MOD/TYPE/ACC
      0.0          0.0          0.0          1234.5678 PR SENSOR POS XYZ/H
                                                END OF HEADER

96 4 1 0 0 15 987.1 10.6 89.5
96 4 1 0 0 30 987.2 10.9 90.0
96 4 1 0 0 45 987.1 11.6 89.0

```

```

+-----+
| GPS OBSERVATION DATA FILE - EXAMPLE |
+-----+

```

```

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

```

```

2.10 OBSERVATION DATA M (MIXED) RINEX VERSION / TYPE
BLANK OR G = GPS, R = GLONASS, T = TRANSIT, M = MIXED COMMENT
XXRINEXO V9.9 AIUB 24-MAR-01 14:43 PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF A MIXED RINEX FILE COMMENT
A 9080 MARKER NAME
9080.1.34 MARKER NUMBER
BILL SMITH ABC INSTITUTE OBSERVER / AGENCY
X1234A123 XX ZZZ REC # / TYPE / VERS
234 YY ANT # / TYPE
4375274. 587466. 4589095. APPROX POSITION XYZ
.9030 .0000 .0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
1 1 WAVELENGTH FACT L1/2
1 2 6 G14 G15 G16 G17 G18 G19 WAVELENGTH FACT L1/2
0 RCV CLOCK OFFS APPL
4 P1 L1 L2 P2 # / TYPES OF OBSERV
18.000 INTERVAL
2001 3 24 13 10 36.0000000 TIME OF FIRST OBS
END OF HEADER

01 3 24 13 10 36.0000000 0 3G12G 9G 6 -.123456789
23629347.915 .300 8 -.353 23629364.158
20891534.648 -.120 9 -.358 20891541.292
20607600.189 -.430 9 .394 20607605.848
01 3 24 13 10 50.0000000 4 4
1 2 2 G 9 G12 WAVELENGTH FACT L1/2
*** WAVELENGTH FACTOR CHANGED FOR 2 SATELLITES *** COMMENT
NOW 8 SATELLITES HAVE WL FACT 1 AND 2! COMMENT
COMMENT

01 3 24 13 10 54.0000000 0 5G12G 9G 6R21R22 -.123456789
23619095.450 -53875.632 8 -41981.375 23619112.008
20886075.667 -28688.027 9 -22354.535 20886082.101
20611072.689 18247.789 9 14219.770 20611078.410
21345678.576 12345.567 5
22123456.789 23456.789 5
01 3 24 13 11 0.0000000 2 1
*** FROM NOW ON KINEMATIC DATA! *** COMMENT
01 3 24 13 11 48.0000000 0 4G16G12G 9G 6 -.123456789
21110991.756 16119.980 7 12560.510 21110998.441
23588424.398 -215050.557 6 -167571.734 23588439.570
20869878.790 -113803.187 8 -88677.926 20869884.938
20621643.727 73797.462 7 57505.177 20621649.276
3 4

A 9080 MARKER NAME
9080.1.34 MARKER NUMBER
.9030 .0000 .0000 ANTENNA: DELTA H/E/N
--> THIS IS THE START OF A NEW SITE <-- COMMENT
01 3 24 13 12 6.0000000 0 4G16G12G 6G 9 -.123456987

```

```

+-----+
| GPS NAVIGATION MESSAGE FILE - EXAMPLE |
+-----+

```

```

----|---1|0---|---2|0---|---3|0---|---4|0---|---5|0---|---6|0---|---7|0---|---8|

```

```

      2.10          N: GPS NAV DATA          RINEX VERSION / TYPE
XXRINEXN V2.10    AIUB          3-SEP-99 15:22  PGM / RUN BY / DATE
EXAMPLE OF VERSION 2.10 FORMAT              COMMENT
      .1676D-07   .2235D-07   -.1192D-06   -.1192D-06   ION ALPHA
      .1208D+06   .1310D+06   -.1310D+06   -.1966D+06   ION BETA
      .133179128170D-06 .107469588780D-12  552960    1025 DELTA-UTC: A0,A1,T,W
13                                           LEAP SECONDS
                                           END OF HEADER

6 99  9  2 17 51 44.0 -.839701388031D-03 -.165982783074D-10 .000000000000D+00
      .910000000000D+02 .934062500000D+02 .116040547840D-08 .162092304801D+00
      .484101474285D-05 .626740418375D-02 .652112066746D-05 .515365489006D+04
      .409904000000D+06 -.242143869400D-07 .329237003460D+00 -.596046447754D-07
      .111541663136D+01 .326593750000D+03 .206958726335D+01 -.638312302555D-08
      .307155651409D-09 .000000000000D+00 .102500000000D+04 .000000000000D+00
      .000000000000D+00 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .910000000000D+02
      .406800000000D+06 .000000000000D+00

13 99  9  2 19  0  0.0 .490025617182D-03 .204636307899D-11 .000000000000D+00
      .133000000000D+03 -.963125000000D+02 .146970407622D-08 .292961152146D+01
      -.498816370964D-05 .200239347760D-02 .928156077862D-05 .515328476143D+04
      .414000000000D+06 -.279396772385D-07 .243031939942D+01 -.558793544769D-07
      .110192796930D+01 .271187500000D+03 -.232757915425D+01 -.619632953057D-08
      -.785747015231D-11 .000000000000D+00 .102500000000D+04 .000000000000D+00
      .000000000000D+00 .000000000000D+00 .000000000000D+00 .389000000000D+03
      .410400000000D+06 .000000000000D+00

```

FEHLMESSUNGEN UND CYCLE-SLIPS (1)

- **Ziele des Preprocessings:**

- Detektieren und Markieren oder Eliminieren von **Fehlmes-**
sungen (Outliers)
- Detektieren und Korrigieren von **Phasensprüngen (Cycle-**
Slips)

- **Fehlmessungen:**

- Eine **Fehlmessung** ist eine fehlerhafte Messung, die als Ein-
zelmessung eliminiert werden kann. Der Fehler einer solchen
Messung kann sehr gross, aber auch fast nicht erkennbar sein
(noise level).
- Die meisten Fehlmessungen treten in den **Code-Messungen**
auf, es gibt sie aber auch in den **Phasenmessungen**.
- Bei Doppeldifferenzen macht sich eine solche Fehlmessung in
allen Satellitenpaaren bemerkbar, die den Satelliten mit der
Fehlmessung enthalten.
- Bei Triple-Differences taucht eine Fehlmessung in zwei aufein-
anderfolgenden Messungen mit jeweils **umgekehrtem** Vor-
zeichen auf.

- **Cycle-Slips:**

- Wenn ein GPS-Empfänger eingeschaltet wird, beginnt er die
Phasenbruchteile $\Delta\phi_A^j(t)$ zu messen, und er initialisiert
einen **Zähler**, der dann um eins erhöht wird, wenn die Phase
von 2π auf 0 wechselt. Die aufsummierte Phase $\phi_A^j(t_i)$ zum
Zeitpunkt t_i ergibt sich dann aus dem zum Zeitpunkt t_i ge-
messenen Bruchteil der Phase $\Delta\phi_A^j(t_i)$ und dem Zählerstand
 $n_A^j(t_i)$ zum Zeitpunkt t_i :

$$\phi_A^j(t_i) = n_A^j(t_i) + \Delta\phi_A^j(t_i) \quad (1)$$

FEHLMESSUNGEN UND CYCLE-SLIPS (2)

- **Cycle-Slips (Fortsetzung):**

- Die Beobachtungsgleichung lautet dann (vgl. (20), S. 44):

$$L_A^j(t_i) = \lambda \phi_A^j(t_i) = \rho_A^j(t_i) + \delta\rho_{A,ion}^j(t_i) + \delta\rho_{A,trp}^j(t_i) + \dots + \lambda N_A^j \quad (2)$$

- Ein **Cycle-Slip** ΔN_A^j entsteht, wenn der Empfänger zwischen den Messzeitpunkten t_i und t_{i+1} das Signal verliert (loss of lock) und der Zähler neu initialisiert werden muss. Die Beobachtungsgleichung enthält dann den durch Neuinitialisierung entstandenen Ambiguity-Term \hat{N}_A^j :

$$L_A^j(t_{i+1}) = \rho_A^j(t_{i+1}) + \delta\rho_{A,ion}^j(t_{i+1}) + \dots + \lambda \hat{N}_A^j \quad (3)$$

und der Cycle-Slip ist dann gegeben durch

$$\Delta N_A^j = \hat{N}_A^j - N_A^j \neq 0 \quad (4)$$

- Der Phasensprung beträgt eine **ganze Anzahl** Zyklen.
- In den **Doppeldifferenzen** erkennt man einen Cycle-Slip als einen Sprung in den Messungen.
- In den **Triple-Differences** manifestiert sich ein Cycle-Slip als Fehlmessung.
- **Alle Phasenbeobachtungen ab Epoche** t_{i+1} müssen um die ganze Anzahl Zyklen ΔN_A^j korrigiert werden.
- Das Bestimmen des **Zeitpunktes** und der **Grösse** des Cycle-Slips und das Korrigieren der Phasemessungen nennt man **Cycle-Slip Fixing**.
- Das Cycle-Slip Fixing ist dem Problem der **Ambiguity Resolution** sehr verwandt. In beiden Fällen muss man mit entsprechenden **statistischen Tests** und mit Hilfe von geeigneten **Linearkombinationen** der Originalmessungen (Phase und Code) die korrekten **ganzen Zahlen** bestimmen (Ambiguity-Werte oder Cycle-Slip-Grösse).

FEHLMESSUNGEN UND CYCLE-SLIPS (3)

- **Gründe für das Auftreten von Cycle-Slips (oder Fehlmessungen):**
 - Abschattung des GPS-Signals durch Bäume, Häuser, usw.
 - Schlechtes Signal-Rausch-Verhältnis wegen starker Ionosphäreinflüsse, Multipath, grosser Empfängerdynamik oder tiefer Satelliten-Elevation.
 - Sehr schnell bewegte GPS-Antenne (**hohe Dynamik**).
 - Empfänger-Software- oder Hardware-Probleme, Stromunterbruch, Ausschalten des Empfängers.
- **Hauptschwierigkeiten beim Cycle-Slip-Fixing:**
 - Kritisch sind schlecht modellierbare Einflüsse, die sich von einer Epoche zur nächsten stark ändern können.
 - **Zero-Differences:** Verhalten der **Empfänger- und Satellitenuhren**. Änderungen der Uhr um **1 ns (30 cm)** von einer Epoche zur nächsten entsprechen einem Sprung von mehr als einem Cycle und sind bei kurzperiodischen Uhrschwankungen nicht von einem Cycle-Slip zu unterscheiden.
Die nächstkleineren Effekte kommen von der **Ionosphäre**, **Multipath**, von schlechten **Bahnen** oder schlechten **a-priori-Koordinaten** der Punkte.
 - **Double-Differences:** Uhrfehler sind eliminiert, viele Fehlerquellen stark reduziert, aber die **ionosphärische Refraktion** bleibt das Hauptproblem. Zusätzlich kann das **Rauschen** bei tiefen Elevationen bereits einen kritischen Wert erreichen.
 - **Triple-Differences:** Heikel sind nur die Änderungen der kritischen Grössen **zwischen zwei aufeinanderfolgenden Epochen**. Langperiodische Variationen (Bahnen, Koordinaten) stellen kein Problem dar.

ZERO-DIFFERENCE-PREPROCESSING (1)

- Das Preprocessing mit differenzierten Daten ist meist einfacher als das Preprocessing auf Zero-Difference-Stufe, da **Fehlerquellen** durch die Differenzierung eliminiert oder stark reduziert werden können, insbesondere die Satelliten- und Empfängeruhrfehler.
- Das Preprocessing von Zero-Differences ist nur zuverlässig möglich, wenn Phasen- und Code-Daten auf **beiden Frequenzen** vorhanden sind und die Code-Messungen ein **kleines Rauschen** (< 0.5 m) aufweisen, eine Bedingung, die unter AS (Anti-Spoofing) und bei tiefen Elevationen oft nicht erfüllt ist.
- Das Preprocessing von Zero-Differences hat den **grossen Vorteil**, dass **jeder Empfänger unabhängig** behandelt werden kann (Einbau in die Empfänger-Software).

Linearkombinationen für Cycle-Slip-Tests:

- **Melbourne-Wübbena-Linearkombination** von Phasen- und Code-Messungen (vgl. Seite 60): unabhängig von der Geometrie, den Uhrfehlern und der Ionosphäre; enthält nur noch die Wide-lane-Ambiguity N_w :

$$\begin{aligned} MW &= L_w - P_w \\ &= \frac{f_1}{f_1 - f_2} L_1 - \frac{f_2}{f_1 - f_2} L_2 - \frac{f_1}{f_1 + f_2} P_1 - \frac{f_2}{f_1 + f_2} P_2 \\ &= \lambda_w (N_1 - N_2) = \lambda_w N_w \end{aligned} \quad (5)$$

Für das Rauschen dieser Linearkombination ergibt sich (wobei wir das Rauschen der Phasenmessungen gegenüber den Code-Messungen vernachlässigen und annehmen, dass $\sigma(P_1) \approx \sigma(P_2)$):

$$\begin{aligned} \sigma(MW) &= \sqrt{\left(\frac{f_1}{f_1 + f_2}\right)^2 + \left(\frac{f_2}{f_1 + f_2}\right)^2} \sigma(P_1) \\ &\approx 0.71 \sigma(P_1) \end{aligned} \quad (6)$$

Wir sehen, dass wegen des hohen Code-Rauschens nur Cycle-Slips grösser als rund ± 4 **L_1 -Cycles** detektiert werden können.

ZERO-DIFFERENCE-PREPROCESSING (2)

- Die **geometrie-freie Linearkombination** der Phasenmessungen (vgl. Seite 59). **Vorteil:** keine Satelliten- und Empfängeruhren, keine Geometrie, nur Ambiguities und Ionosphäre enthalten. **Nachteil:** Ionosphäre.
- Die **Differenz** zwischen der ionosphären-freien Linearkombination L_c der Phasen-Messungen und der ionosphären-freien Linearkombination P_c der Code-Messungen (vgl. Seite 61).
- Durch eine Analyse dieser verschiedenen Linearkombinationen können Fehlmessungen und Cycle-Slips in den meisten Fällen detektiert (und korrigiert) werden.
- Schwierig werden diese Verfahren bei **tiefen Elevationen, grosser Ionosphärenaktivität** oder **hohem Code-Rauschen**.

TRIPLE-DIFFERENCE PREPROCESSING

Detektieren von Fehlmessungen und Cycle-Slip-Fixing mit Triple-Differences:

1. Bestimmen der **Relativkoordinaten** der zwei Punkte einer Basislinie mit Triple-Differences ausgehend von Näherungskoodinaten (z.B. aus einer Pseudorange-Lösung). Dabei werden rigoros sämtliche schlechten Triple-Differences weggeworfen, z.B. durch einen Test, ob die Absolutglieder von drei aufeinanderfolgenden Messungen durch eine Gerade dargestellt werden können.
2. Verwenden der verbesserten Relativkoordinaten, um die **Residuen** sämtlicher Triple-Differences zu **berechnen**.
3. **Testen aller Triple-Difference-Residuen**, um zu entscheiden, ob allenfalls ein Cycle-Slip oder eine Fehlmessung vorliegt.

1-FREQUENZEN-PREPROCESSING

1. Schleife über alle Triple-Differences einer Epoche

a) Das Triple-Difference-Residuum Δr wird interpretiert als:

$$\Delta r = \lambda \Delta N + f \quad (7)$$

mit

$$\Delta N := \text{NINT}\left(\frac{\Delta r}{\lambda}\right) \quad (8a)$$

$$f := \Delta r - \lambda \Delta N \quad (8b)$$

wobei ΔN der ganzzahlige Anteil (in Zyklen; NINT: nearest integer) und f der übrigbleibende Bruchteil des Residuums sind.

Ein Cycle-Slip der Grösse ΔN hat stattgefunden, falls $\Delta N \neq 0$.

b) Falls der Bruchteil f grösser ist als eine vorgegebene Schranke ΔI_{max} (maximal angenommener Einfluss der Ionosphäre zwischen den Messepochen t_i und t_{i+1} , die die Triple-Difference formen, also

$$|f| > \Delta I_{max} \quad (9)$$

so hat man eine Fehlmessung entdeckt. Sonst werden sämtliche Phasenmessungen ab Epoche t_{i+1} um $\lambda \Delta N$ korrigiert.

2. Falls eine Fehlmessung gefunden wurde, versucht man sie dem richtigen Satelliten zuzuordnen. Der entsprechende Satellit wird für diese Epoche markiert. Die Residuen dieser Epoche werden nochmals überprüft.

Damit nicht ab einer bestimmten Problemepoche sämtliche Beobachtungen eines Satelliten gelöscht werden, wird noch das Zeitintervall $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ überprüft. Übersteigt Δt ein vorgegebenes Zeitintervall Δt_{max} , so wird statt einer Korrektur eine neue Mehrdeutigkeit als Unbekannte aufgesetzt.

2-FREQUENZEN-PREPROCESSING (1)

Falls Beobachtungen auf beiden Frequenzen vorhanden sind, kann man auch Linearkombinationen bilden und testen.

1. Schleife über alle Triple-Differences einer Epoche:

a) Interpretation der L_1 - und L_2 -Residuen Δr_1 und Δr_2 :

$$\Delta r_1 = \lambda_1 \Delta N_1 + \Delta I_1 \quad (10a)$$

$$\Delta r_2 = \lambda_2 \Delta N_2 + f_I \Delta I_1 \quad (10b)$$

wobei ΔN_1 und ΔN_2 mögliche Cycle-Slips in L_1 und L_2 , ΔI_1 , $f_I \Delta I_1$ die Änderungen der ionosphärischen Refraktion zwischen Epoche t_i und t_{i+1} bedeuten und $f_I = f_1^2/f_2^2$.

Leider hat man damit ein Gleichungssystem von **zwei Gleichungen** und **drei Unbekannten**, nämlich ΔN_1 , ΔN_2 und ΔI_1 .

Falls wir einmal annehmen, dass wir die Cycle-Slips ΔN_1 , ΔN_2 kennen würden, so könnten wir aus Δr_1 und Δr_2 das Residuum Δr_c der ionosphären-freien Linearkombination und die Ionosphärenänderung ΔI_1 berechnen gemäss:

$$\Delta r_c = \kappa_{1,c} \Delta r_1 + \kappa_{2,c} \Delta r_2 \quad (11a)$$

$$\Delta I_{1,1} = \Delta r_1 - \lambda_1 \Delta N_1 \quad (11b)$$

$$\Delta I_{1,2} = (\Delta r_2 - \lambda_2 \Delta N_2)/f_I \quad (11c)$$

$$\Delta I_1 = \frac{\Delta I_{1,1} + \Delta I_{1,2}}{2} \quad (11d)$$

Falls wir die richtigen Werte für ΔN_1 und ΔN_2 gewählt haben, dann sollte gelten:

$$|\Delta r_c| < 3 \sigma_{r_c} \quad (12a)$$

$$|\Delta I_1| < \Delta I_{max} \quad (12b)$$

b) Falls die beiden Tests (12) für $\Delta N_1 = 0$ und $\Delta N_2 = 0$ erfüllt sind (No-Cycle-Slip-Hypothese), so ist alles in Ordnung und das nächste Residuenpaar kann getestet werden.

c) Falls einer der Tests versagt, so werden um die Näherungswerte für die Cycle-Slips ΔX_1 , ΔX_2 herum, mit

$$\Delta X_1 = \text{NINT}\left(\frac{\Delta r_1}{\lambda_1}\right) \quad (13a)$$

$$\Delta X_2 = \text{NINT}\left(\frac{\Delta r_2}{\lambda_2}\right) \quad (13b)$$

sämtliche Paare $(\Delta N_1, \Delta N_2)$ mit

$$\Delta X_1 - \delta\Delta X_1 < \Delta N_1 < \Delta X_1 + \delta\Delta X_1 \quad (14a)$$

$$\Delta X_2 - \delta\Delta X_2 < \Delta N_2 < \Delta X_2 + \delta\Delta X_2 \quad (14b)$$

den beiden Tests (12) unterworfen. Dabei sind $\delta\Delta X_1$ und $\delta\Delta X_2$ die Suchintervalle.

Mögliche Resultate sind:

- Im Suchraum wurde genau ein Paar $(\Delta N_1, \Delta N_2)$ gefunden, das die beiden Tests erfüllt. Die korrekten Cycle-Slips ΔN_1 , ΔN_2 wurden gefunden und die Beobachtungen können korrigiert werden.
- Mehr als ein korrektes Paar wurde gefunden: man nimmt das Paar, das die Bedingungen am besten erfüllt.
- Kein Paar hat die beiden Tests bestanden: offensichtlich handelt es sich bei der Messung um eine Fehlmessung. Sie wird markiert/eliminiert.

2. Falls eine Fehlmessung gefunden wurde, versucht man sie dem richtigen Satelliten zuzuordnen. Der entsprechende Satellit wird für diese Epoche markiert. Die Residuen dieser Epoche werden nochmals überprüft.

Damit nicht ab einer bestimmten Problemepoche sämtliche Beobachtungen eines Satelliten gelöscht werden, wird auch hier das Zeitintervall $\Delta t = t_{i+1} - t_i$ überprüft. Übersteigt Δt ein vorgegebenes Zeitintervall Δt_{max} , so wird statt einer Korrektur eine neue Mehrdeutigkeit als Unbekannte aufgesetzt.

11. Auswertestrategien

- Absolute Positionierung mit Pseudorange
- Relative Positionierung mit Pseudorange
- Relative Positionierung mit Trägerphasen
- Fehlermasse
- Erreichbare Genauigkeiten

ABSOLUTE POSITIONIERUNG MIT CODE-MESSUNGEN (1)

Äquivalente Begriffe: **Absolutpositionierung, Einzelpunktbestimmung, SPP (Single Point Positioning).**

Das Vorgehen zur Bestimmung der absoluten Position aus Code-Messungen haben wir bereits auf Seite 39 kurz skizziert. Ausgehend von der Beobachtungsgleichung (21) auf Seite 45 wollen wir hier etwas mehr ins Detail gehen.

Seien \vec{r}_A^0 und δt_A^0 Näherungswerte für die zu bestimmenden Parameter $\vec{r}_A = (r_{A,1}, r_{A,2}, r_{A,3})^T$ und δt_A . Die Linearisierung der Beobachtungsgleichung (21) liefert

$$\sum_{i=1}^3 \frac{\partial P_A^j}{\partial r_{A,i}} \Delta r_{A,i} + \frac{\partial P_A^j}{\partial \delta t_A} \Delta \delta t_A - (P_A^{j'} - P_A^j) = v_A^j \quad (1)$$

wobei $P_A^{j'}$ die Code-Beobachtung (observed), P_A^j die mit Hilfe der Näherungswerte \vec{r}_A^0 und δt_A^0 berechnete Pseudo-Distanz (computed) und v_A^j das Residuum bezeichnen soll. Ferner gilt natürlich:

$$\begin{aligned} \vec{r}_A &= \vec{r}_A^0 + \Delta \vec{r}_A \\ \delta t_A &= \delta t_A^0 + \Delta \delta t_A \end{aligned} \quad (2)$$

Die Berechnung der partiellen Ableitungen ergibt

$$\begin{aligned} \frac{\partial P_A^j}{\partial r_{A,i}} &= -e_{A,i}^j \\ \frac{\partial P_A^j}{\partial \delta t_A} &= c \end{aligned} \quad (3)$$

mit \vec{e}_A^j als Einheitsvektor Empfänger–Satellit. Daraus folgt die Verbesserungsgleichung

$$(-\vec{e}_A^j)^T \cdot \Delta \vec{r}_A + c \Delta \delta t_A - (P_A^{j'} - P_A^j) = v_A^j \quad (4)$$

ABSOLUTE POSITIONIERUNG MIT CODE-MESSUNGEN (2)

Betrachten wir die Code-Beobachtungen $P_A^{j'}$ einer Epoche zu N Satelliten ($j=1,2,\dots,N$) und fassen wir die entsprechenden Grössen für diese N Beobachtungen in Matrizen zusammen gemäss

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} (-\vec{e}_A^1)^T & c \\ (-\vec{e}_A^2)^T & c \\ \vdots & \vdots \\ (-\vec{e}_A^N)^T & c \end{pmatrix}$$

$$\vec{x} = \begin{pmatrix} \Delta\vec{r}_A \\ \Delta\delta t_A \end{pmatrix}$$

$$\vec{b} = \begin{pmatrix} P_A^{1'} - P_A^1 \\ P_A^{2'} - P_A^2 \\ \vdots \\ P_A^{N'} - P_A^N \end{pmatrix}$$

$$\vec{v} = \begin{pmatrix} v_A^1 \\ v_A^2 \\ \vdots \\ v_A^N \end{pmatrix} \tag{5}$$

so können wir schreiben:

$$\mathbf{A} \vec{x} - \vec{b} = \vec{v} \tag{6}$$

und die Lösung für die Parameterzuschläge \vec{x} erhält man nach dem bewährten Schema der Ausgleichsrechnung

$$\vec{x} = (\mathbf{A}^T \mathbf{P} \mathbf{A})^{-1} \mathbf{A}^T \mathbf{P} \vec{b} \tag{7}$$

dabei ist \mathbf{P} die Gewichtsmatrix der Beobachtungen (z.B. für die Berücksichtigung einer elevationsabhängigen Gewichtung der Beobachtungen).

RELATIVE POSITIONIERUNG MIT CODE-MESSUNGEN

- Relative Positionierung kann man betreiben, wenn **zwei oder mehr Empfänger gleichzeitig** messen und man Double-Differences bilden kann.
- Wenn man Doppeldifferenzen bildet, lassen sich nur noch **relative Koordinaten** (Basislinienvektoren) bestimmen (siehe Seite 54).
- Die Bestimmung der Relativposition erfolgt nach demselben Schema (Ausgleichsrechnung) wie die Bestimmung der absoluten Position. Allerdings müssen hier nur noch die drei Komponenten des Basislinienvektors bestimmt werden (der Uhrfehler wird eliminiert durch die Differenzbildung).
- **Pseudorange-Korrekturen:** Auf einer Referenz-Station R mit bekannten Koordinaten können aus den Code-Beobachtungen unter Verwendung der Broadcast-Bahninformation und der bekannten Position die Korrekturen ΔP_R^j gerechnet werden (siehe (21)):

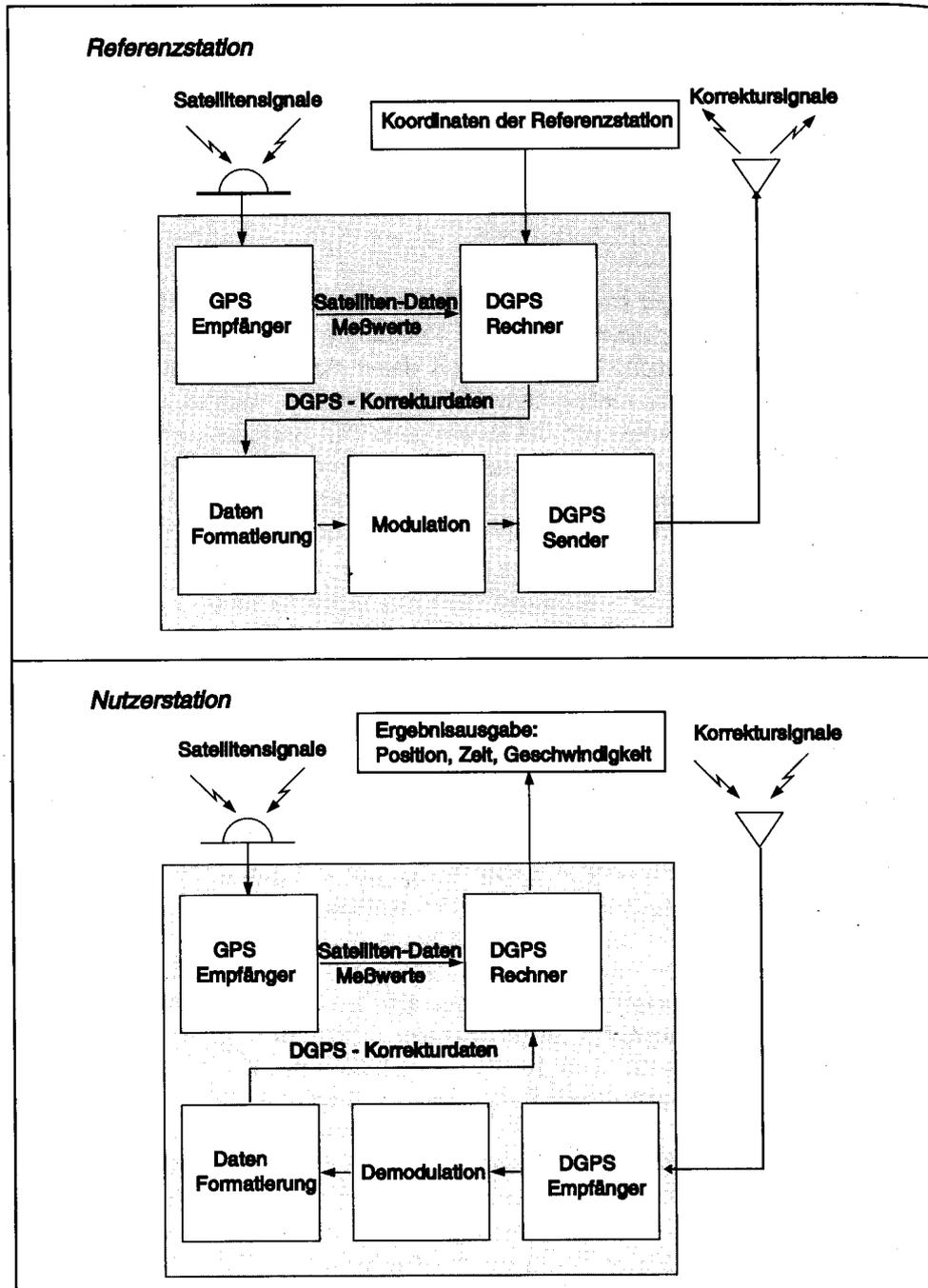
$$\Delta P_R^j = P_R^j - |\vec{r}_R - \vec{r}^j| = \delta\rho_{R,trp}^j - \delta\rho_{R,ion}^j + \delta\rho_{R,rel}^j + \delta\rho_{R,mul,C}^j + c\delta t_R - c\delta t^j - c\beta^j + c\beta_R + \epsilon_{R,C}^j \quad (8)$$

Diese Korrekturen enthalten insbesondere noch die Satellitenuhrfehler, die Bahnfehler und den Einfluss der atmosphärischen Refraktion. Diese Pseudorange-Korrekturen werden dann an eine Station A übermittelt, die diese Korrekturen verwenden kann, um die genannten Fehlerquellen in den eigenen Beobachtungen weitgehend zu eliminieren:

$$\begin{aligned} P_A^j - \Delta P_R^j &= |\vec{r}_A(t_A) - \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)| + (\delta\rho_{A,trp}^j - \delta\rho_{R,trp}^j) \\ &\quad - (\delta\rho_{A,ion}^j - \delta\rho_{R,ion}^j) + (\delta\rho_{A,rel}^j - \delta\rho_{R,rel}^j) \\ &\quad + (\delta\rho_{A,mul,C}^j - \delta\rho_{R,mul,C}^j) + (c\delta t_A - c\delta t_R) \\ &\quad + (c\beta_A - c\beta_R) + (\epsilon_{A,C}^j - \epsilon_{R,C}^j) \end{aligned} \quad (9)$$

Durch Differenzbildungen der Form $P_A^j - P_A^k$ können zudem die Empfängeruhrterme $(c\delta t_A - c\delta t_R)$ und die instrumentellen Fehler $(c\beta_A - c\beta_R)$ eliminiert werden.

RELATIVE POSITIONIERUNG MIT CODE-MESSUNGEN: DGPS



Aufbau eines Real-Time DGPS-Systems (aus Bauer (1997)).

RELATIVE POSITIONIERUNG MIT PHASEN-MESSUNGEN

- Um eine deutliche **Genauigkeitssteigerung** gegenüber DGPS mit Pseudorange zu erreichen, muss man die **Trägerphasenmessungen** verwenden.
- Die Relativposition wird wie bei der Relativpositionierung mit Code-Messungen mit Hilfe von Doppeldifferenzen bestimmt. Allerdings sind als zusätzliche Parameter die **Doppeldifferenz-Mehrdeutigkeiten** zu schätzen.
- Wiederum wird die Methode der Kleinsten Quadrate angewandt (Ausgleichsrechnung).
- Die Genauigkeit einer solchen relativen Phasenlösung liegt bei **kurzen Beobachtungszeiten** (< 30 min.) im Bereich von **einigen Dezimetern**. Um Resultate im **Zentimeterbereich** zu erhalten, müssen die Mehrdeutigkeiten auf die korrekten ganzen Zahlen gesetzt werden (**Ambiguity Resolution**, siehe nächstes Kapitel). Bei langen Sessionen (> 6 Std.) erreicht man auch ohne Fixieren der Mehrdeutigkeiten auf ganze Zahlen ein Genauigkeitsniveau von 1-5 cm.
- Auch bei Phasenmessungen können **Beobachtungskorrekturen** von einer Referenzstation an eine GPS-Messstation übermittelt werden, um damit in Echtzeit eine Doppeldifferenzlösung für die (bewegte oder nicht bewegte) GPS-Messstation zu berechnen.
- **Anmerkung:** Mit den Phasenmessungen einer Station kann im Prinzip eine absolute Position berechnet werden im Bereich von 1-3 cm (**PPP: Precise Point Positioning**). Voraussetzungen dafür sind: hochgenaue Satellitenbahnen und -uhren müssen bekannt sein (d.h. Postprocessing), eine sehr detaillierte Modellierung der Phasenmessungen ist notwendig und die Phasendaten müssen auf Zero-Difference-Stufe erfolgreich auf Cycle-Slips getestet werden können.

FEHLERMASSE

Den Einfluss verschiedener **Fehlerquellen** auf die GPS-Positionierung haben wir bereits in den vorhergehenden Kapiteln kennengelernt (siehe auch Kapitel 5, Gleichung (20)). Man muss dabei immer unterscheiden, ob es sich um den Einfluss auf die **absolute** oder **relative Positionierung** handelt:

Fehlerquelle	Auswirkung auf Beob.	
	absolut	relativ
Satellitenbahnen (Broadcast)	3–5 m	0.1-0.2 ppm
Satellitenbahnen (IGS Precise)	3–10 cm	1–3 ppb
Satellitenuhr (SA on)	5–100 m	—
Satellitenuhren (Broadcast)	3–5 m	—
Satellitenuhren (IGS Precise)	5–20 cm	—
Satellitenantennenoffsets (keine Korrektur)	1–2 m	0–10 cm
Ionosphäre (L1-Beobachtungen, keine Korrektur)	1–100 m	0.08–8 ppm
Troposphäre (mit Standardmodell)	5–40 cm	1–100 cm
Empfänger-Antennenphasenzentrum (keine Korrektur)	1-10 cm	1-10 cm
Multipath (Code)	1-10 m	2-20 m
Multipath (Phase)	1-5 cm	2–10 cm
Rauschen (Code)	10–100 cm	20–200 cm
Rauschen (Phase)	0.2–5 mm	0.6–10 mm

Die Summe dieser Auswirkungen auf die Entfernung Satellit-Empfänger nennt man **UERE (User Equivalent Range Error)** (Meter).

Die Genauigkeit der Positionsbestimmung mit GPS hängt nun von **zwei Faktoren** ab:

- dem **UERE** oder der Standardabweichung der verwendeten Beobachtungen σ_r und
- der **geometrischen Konfiguration** der benutzten Satelliten

DILUTION OF PRECISION: DOP (1)

- Der Zusammenhang zwischen σ_r und der Standardabweichung der Positionsgenauigkeit σ wird durch einen skalaren Faktor beschrieben, den man **DOP** (Dilution of Precision) nennt:

$$\sigma = \sigma_r \text{ DOP} \quad (10)$$

- Die **Varianz-Kovarianz-Matrix** C_{XYZT} aus der Ausgleichung der GPS-Beobachtungen beim Bestimmen der Position und des Empfängeruhrfehlers sei gegeben durch:

$$C_{XYZT} = \sigma_r^2 (A^T A)^{-1} = \sigma_r^2 \begin{pmatrix} q_{xx} & q_{xy} & q_{xz} & q_{xt} \\ q_{yx} & q_{yy} & q_{yz} & q_{yt} \\ q_{zx} & q_{zy} & q_{zz} & q_{zt} \\ q_{tx} & q_{ty} & q_{tz} & q_{tt} \end{pmatrix} \quad (11)$$

- Die Genauigkeitsmasse für verschiedene Größen sind dann wie folgt definiert:

- **Geometrische** Genauigkeit in Position und Zeit (GDOP)

$$\sigma_G = \sigma_r \text{ GDOP} = \sigma_r \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz} + q_{tt}} \quad (12)$$

- **Positionsgenauigkeit** (3-dim.)(PDOP):

$$\sigma_P = \sigma_r \text{ PDOP} = \sigma_r \sqrt{q_{xx} + q_{yy} + q_{zz}} \quad (13)$$

- **Horizontale** Positionsgenauigkeit (2-dim.)(HDOP):

$$\sigma_H = \sigma_r \text{ HDOP} = \sigma_r \sqrt{q_{nn} + q_{ee}} \quad (14)$$

dabei sind q_{nn} und q_{ee} in einem lokalen NEU-System gegeben.

- **Vertikale** Positionsgenauigkeit oder Höhengenauigkeit (VDOP):

$$\sigma_V = \sigma_r \text{ VDOP} = \sigma_r \sqrt{q_{uu}} \quad (15)$$

mit q_{uu} als Element der Höhenkomponente im NEU-System.

- **Zeitgenauigkeit** (Empfängeruhr)(TDOP):

$$\sigma_T = \sigma_r \text{ TDOP} = \sigma_r \sqrt{q_{tt}} \quad (16)$$

DILUTION OF PRECISION: DOP (2)

- Je besser die Satelliten am Himmel verteilt sind, desto kleiner sind die DOPs und desto genauer können die Parameter bestimmt werden.
- Anschaulich lässt sich der PDOP als der **Reziprokwert des Volumens** V interpretieren, das die Satelliten mit der Empfängerposition zusammen im Raum aufspannen:

$$PDOP = \frac{1}{V} \quad (17)$$

- Die Varianz-Kovarianz-Matrix C_{XYZT} (geozentrische Koordinaten X,Y,Z und Zeit T) lässt sich wie folgt in ein **lokales System** mit den Komponenten "North", "East", "Up" und der Zeit (NEUT) **transformieren**, wobei C_{NEUT} die transformierte Varianz-Kovarianz-Matrix im lokalen System bezeichnen soll:

$$\begin{aligned} C_{NEUT} &= \sigma_r^2 \begin{pmatrix} q_{nn} & q_{ne} & q_{nu} & q_{nt} \\ q_{en} & q_{ee} & q_{eu} & q_{et} \\ q_{un} & q_{ue} & q_{uu} & q_{ut} \\ q_{tn} & q_{te} & q_{tu} & q_{tt} \end{pmatrix} = \sigma_r^2 S C_{XYZT} S^T \\ &= \sigma_r^2 \begin{pmatrix} R & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} C_{XYZT} \begin{pmatrix} R^T & 0 \\ 0 & 1 \end{pmatrix} \end{aligned} \quad (18)$$

Die **Rotationsmatrix** R ist dabei gegeben durch

$$R = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi \end{pmatrix} \quad (19)$$

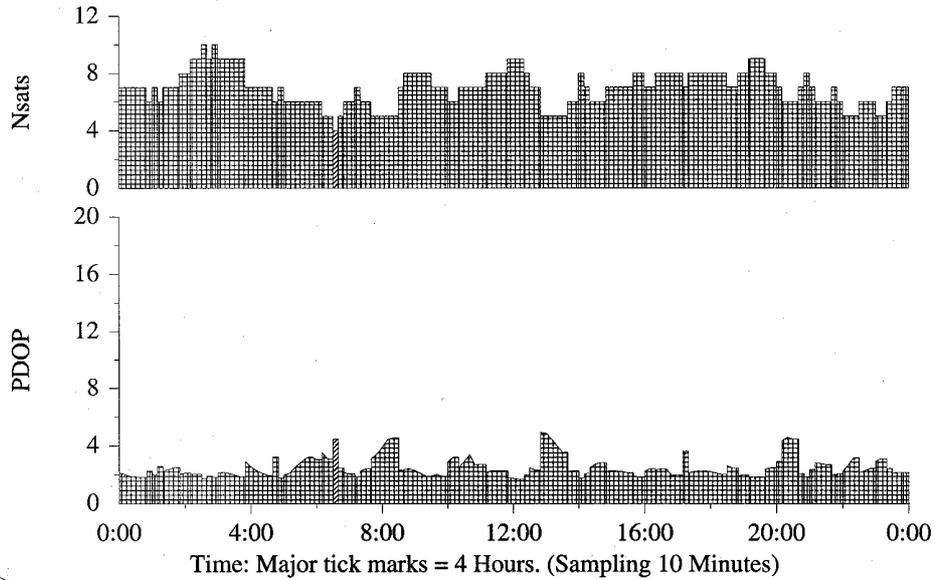
mit der ellipsoidischen Länge λ und Breite ϕ . Für die gesamte **Transformationsmatrix** S gilt dann:

$$S = \begin{pmatrix} -\sin \phi \cos \lambda & -\sin \phi \sin \lambda & \cos \phi & 0 \\ -\sin \lambda & \cos \lambda & 0 & 0 \\ \cos \phi \cos \lambda & \cos \phi \sin \lambda & \sin \phi & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 \end{pmatrix} \quad (20)$$

DILUTION OF PRECISION: DOP (3)

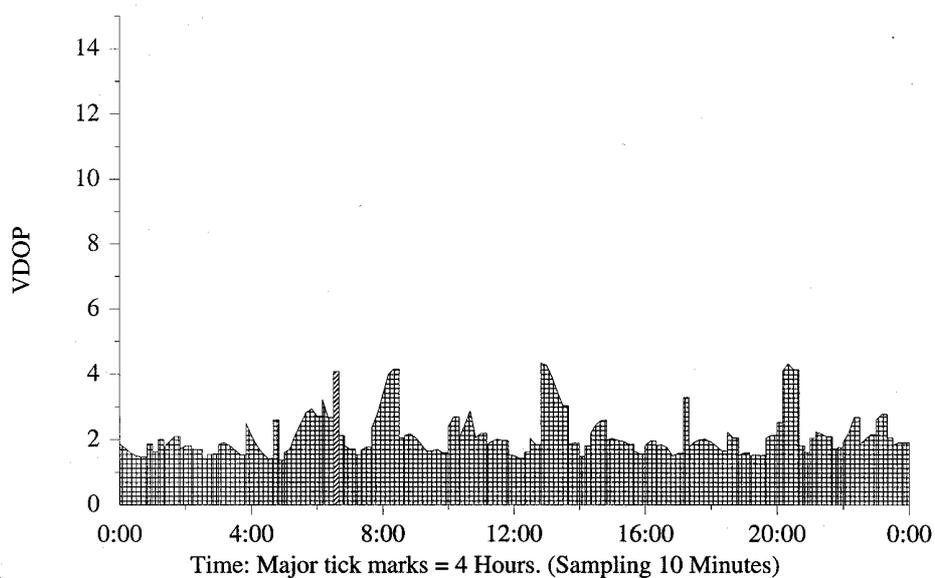
Number SVs and PDOP

Point: Berlin Lat 52:32:0 N Lon 13:23:0 E Almanac: CURRENT.SSF 23.01.2001
Date: Monday, 22. January 2001 Threshold Elevation 15 (deg) Time Zone 'Greenwich Mean Time' 0:00
28 Satellites considered : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 13 14 15 17 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31



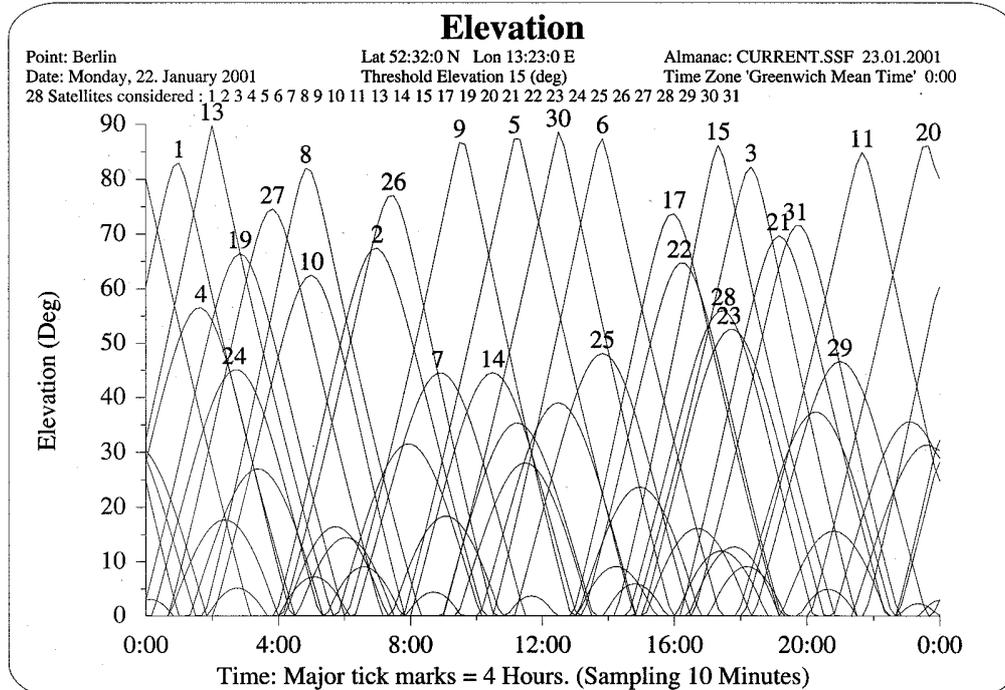
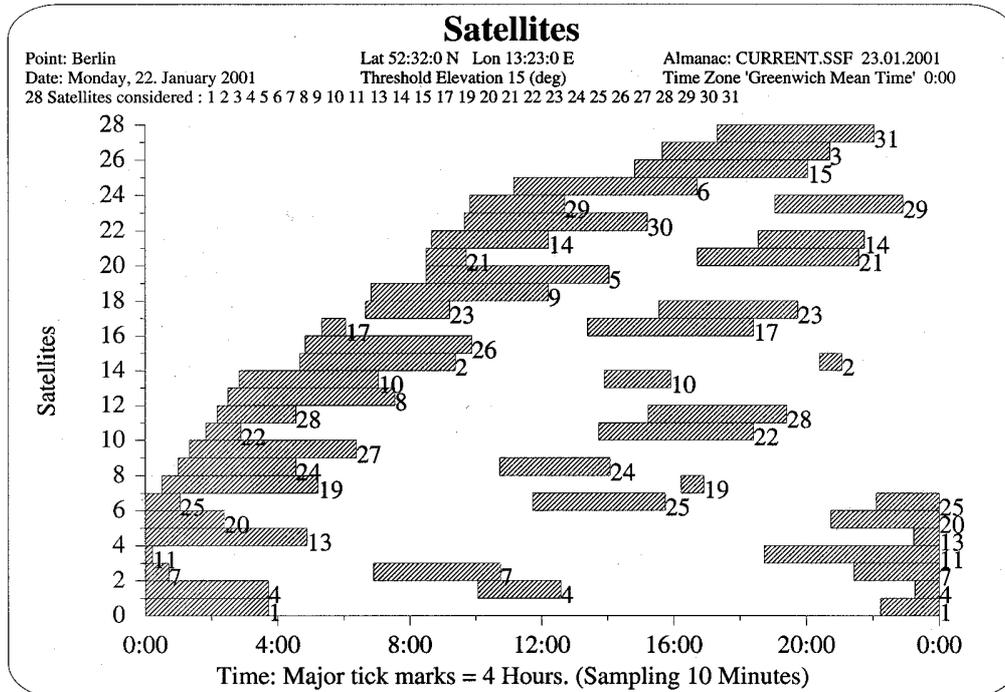
VDOP

Point: Berlin Lat 52:32:0 N Lon 13:23:0 E Almanac: CURRENT.SSF 23.01.2001
Date: Monday, 22. January 2001 Threshold Elevation 15 (deg) Time Zone 'Greenwich Mean Time' 0:00
28 Satellites considered : 1 2 3 4 5 6 7 8 9 10 11 13 14 15 17 19 20 21 22 23 24 25 26 27 28 29 30 31



AVAILABILITY, INTEGRITY, REPEATABILITY (1)

- **Availability (Verfügbarkeit):** kennzeichnet die Anzahl Satelliten, die von der Empfängerposition aus gesehen werden können.

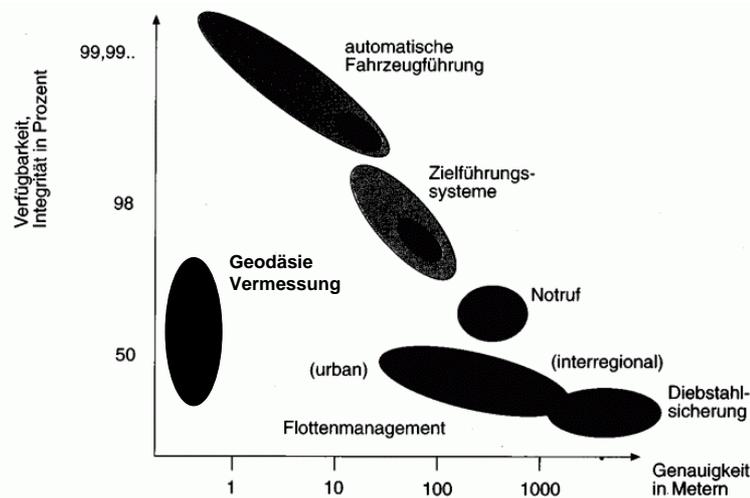


AVAILABILITY, INTEGRITY, REPEATABILITY (2)

- **Integrity (Zuverlässigkeit):** Fähigkeit des Systems, dem Nutzer möglichst rasch mitzuteilen, ob das GPS-System zuverlässig genutzt werden kann oder nicht (z.B. wann gewisse Fehlergrenzen überschritten werden, wann Satelliten nicht verfügbar sind, etc.). Bei der Luftfahrt gelten für die Integrity, d.h. die Zeit bis zum Alarm 1 Sek. resp. 6 Sek. für Landeanflüge der Kategorien Cat III und Cat I mit einer Ausfallsicherheit von 10^{-9} resp. 10^{-7} .

Integrity Monitoring Systeme sind ein ganz wesentlicher Bestandteil von GPS-gestützten Flugnavigationssystemen, z.B. bei **WAAS** (Wide Area Augmentation System) oder **LAAS** (Local Area Augmentation System). Das Integrity Monitoring basiert darauf, dass die GPS-Beobachtungen von Stationen mit bekannten Koordinaten gesammelt und überprüft werden.

Wird das Integrity Monitoring vom Benutzer selbst durchgeführt, so spricht man von **AIM** (Autonomous Integrity Monitoring) oder **RAIM** (Receiver AIM) oder **AAIM** (Aircraft AIM).

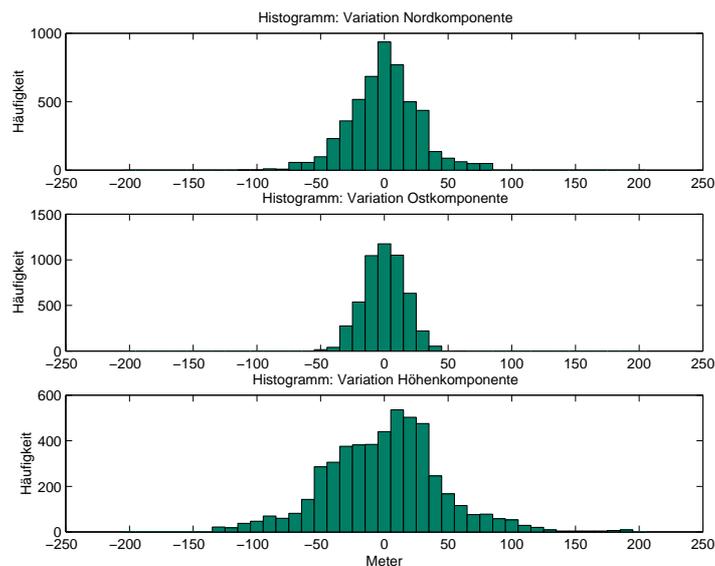
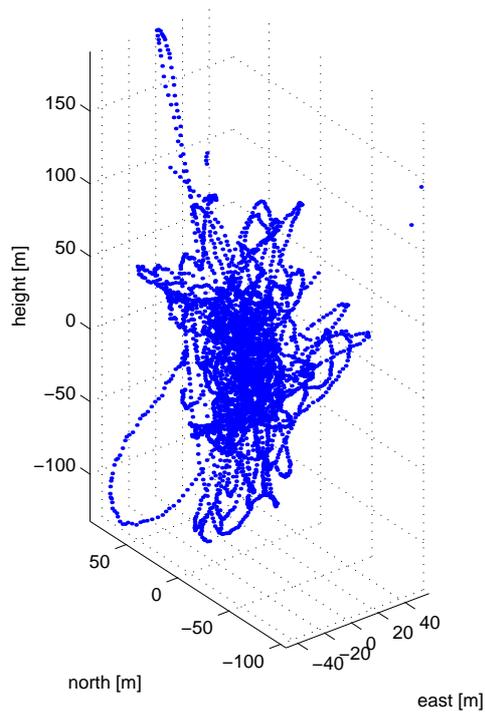


- **Repeatability (Wiederholbarkeit):** gibt an, mit welcher Genauigkeit absolute oder relative Positionen mit GPS bei unabhängigen Messungen auf demselben Punkt reproduziert werden können (RMS berechnet aus mehreren Besetzungen des Punktes).

ERREICHBARE GENAUIGKEITEN (1)

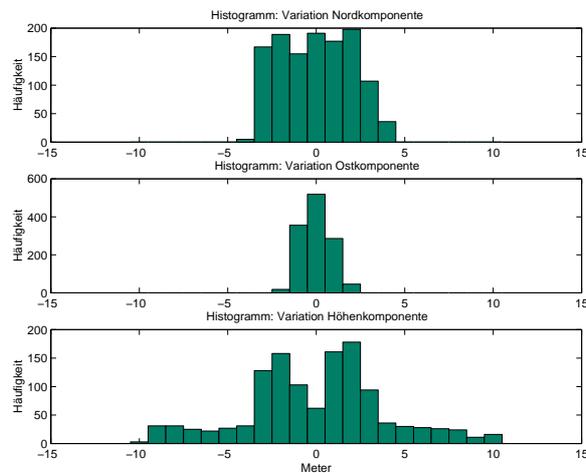
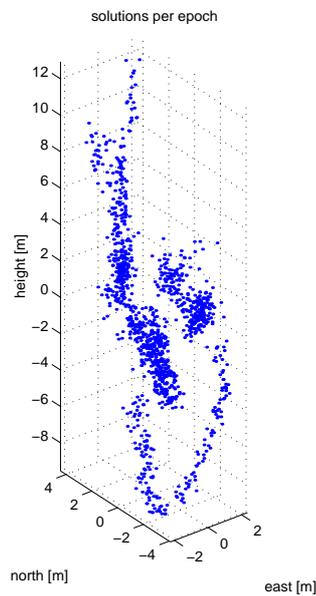
- Die absolute Positionsgenauigkeit mit Code-Messungen unter "Selective Availability (SA) beträgt rund **100 m horizontal** und **150 m vertikal**. Abbildung: 24h-Session.

standalone solutions from 1 day gps observations (5 sec. rate)



ERREICHBARE GENAUIGKEITEN (2)

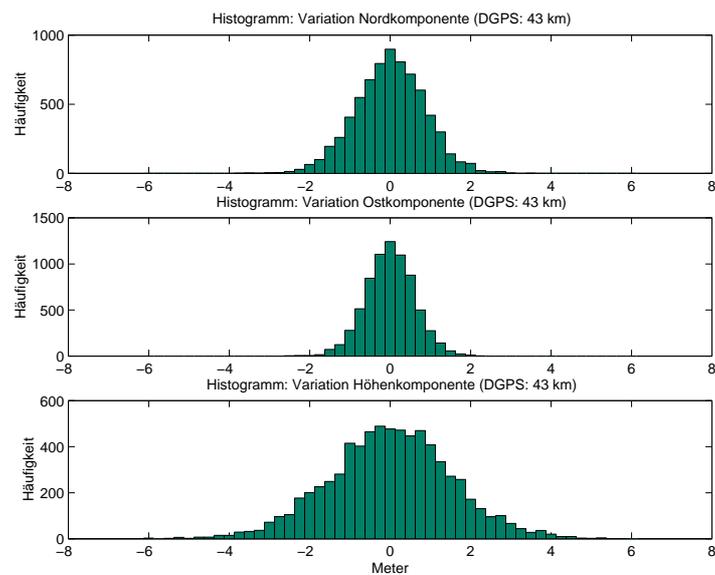
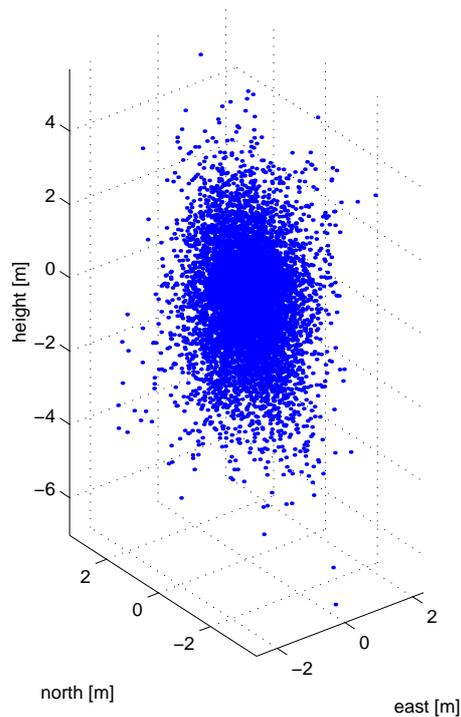
- Nach Ausschalten von SA erhält man Positionen, die ca. um einen Faktor 10 besser sind (horizontal ca. **10 m**, vertikal ca. **15 m**). Abbildung: 24h-Session.
- Beim **PPP** (Precise Point Positioning) mit Phasen- und Code-Messungen kann man im Postprocessing mit hochgenauen Satellitenbahnen und -uhren und detaillierter Modellierung der Beobachtungen Positionsgenauigkeiten von **1–5 cm** erreichen.



ERREICHBARE GENAUIGKEITEN (3)

- Bei DGPS mit Code-Messungen erreicht man etwa $\sigma_P = 0.5 \text{ m} + 0.5 \text{ m} / 100 \text{ km}$. Abbildung: 43 km, 24 Std.

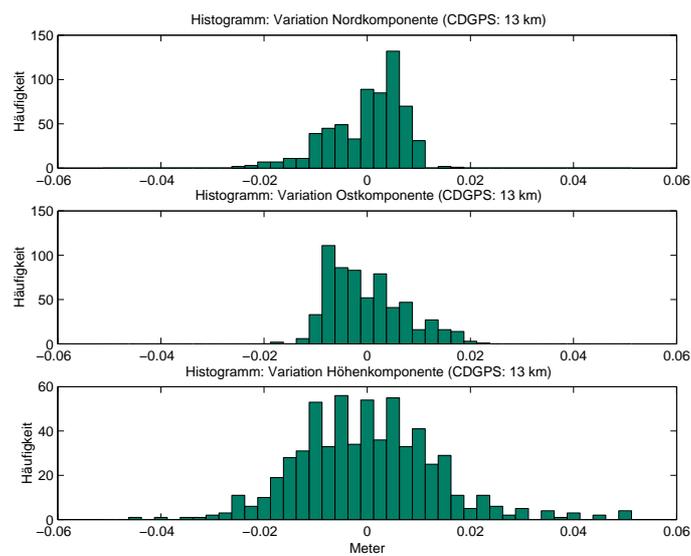
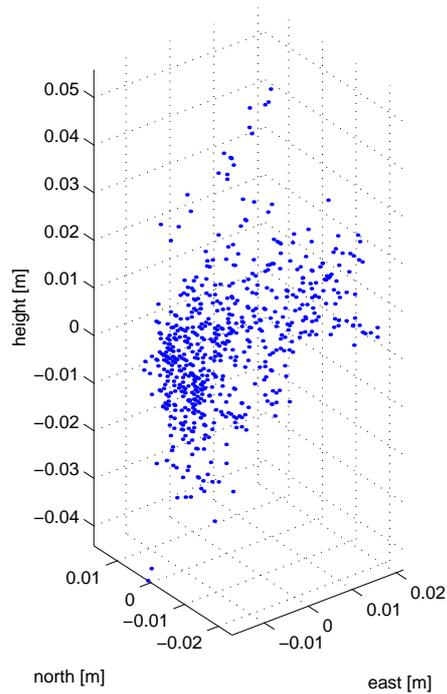
dgps solutions per epoch from 1 day observations (5 sec. rate)



ERREICHBARE GENAUIGKEITEN (4)

- Bei **DGPS mit Phasenmessungen** erreicht man je nach Basislinienlänge Genauigkeiten von **wenigen mm bis zu einigen cm**. Dabei muss vorausgesetzt werden, dass die **Mehrdeutigkeiten** korrekt aufgelöst werden konnten. Abbildung: 13 km, 100 Min.

cdgps off solutions per epoch from 100 min. observations (10 sec. rate, 13 km)



12. Ambiguity Resolution

- Einführung
- Genauigkeitsgewinn
- Strategien für lange Beobachtungszeiten
- Strategien für kurze Beobachtungszeiten

EINFÜHRUNG

- Die vollständige Beobachtungsgleichung für die GPS-Phasenbeobachtungen lautet:

$$L_A^j = |\vec{r}_A(t_A) - \vec{r}^j(t_A - \tau_A^j)| + \delta\rho_{trp} + \delta\rho_{ion} + \delta\rho_{rel} + \delta\rho_{mul} + c\delta t_A - c\delta t^j + \lambda(N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) + \epsilon_A^j \quad (1)$$

Sie enthält die Mehrdeutigkeit (Ambiguity) N_A^j zwischen Empfänger A und Satellit j . Wegen der Instrumentenfehler α^j (Satellit) und α_A (Empfänger) besteht der Term

$$b_A^j = \lambda(N_A^j - \alpha^j + \alpha_A) \quad (2)$$

nicht aus einer ganzen Anzahl Wellenlängen. Die drei Beiträge N_A^j , α^j , α_A können nicht aufgetrennt werden beim Schätzen der Ambiguities. Man erhält nur den Gesamtterm b_A^j .

- Erst auf der Stufe der Doppeldifferenzen (siehe Seite 51) entsprechen die Ambiguity-Terme

$$\nabla\Delta b_{AB}^{jk} = \lambda\nabla\Delta N_{AB}^{jk} \quad (3)$$

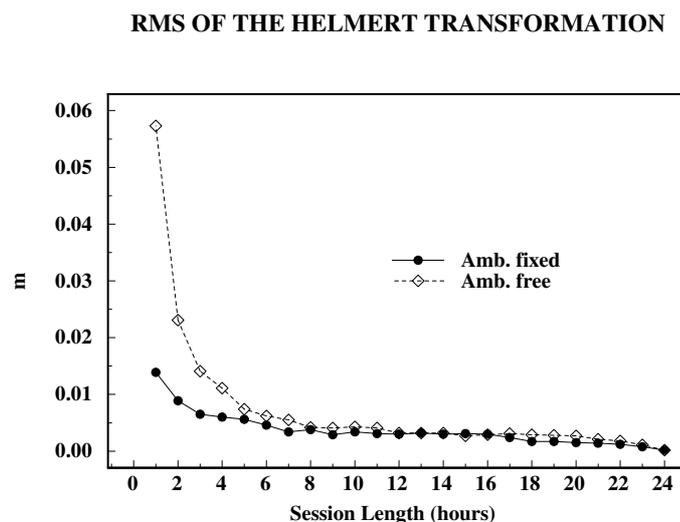
einer **ganzen Anzahl** Wellenlängen, da die Instrumentenfehler durch die Differenzbildung eliminiert werden. Man kann also versuchen, für die Ambiguities N_{AB}^{jk} die richtigen ganzen Zahlen zu bestimmen.

- Die verschiedenen Verfahren zum Auflösen der Mehrdeutigkeiten (**Ambiguity Resolution**) haben das Ziel, die Mehrdeutigkeiten auf die **richtigen ganzen Zahlen** zu setzen.
- Sind die Ambiguities auf ganze Zahlen gesetzt (fixiert; ambiguity-fixed), so kann man die Phasen-Messungen als **Code-Messungen mit einer Genauigkeit von 1-2 mm** ansehen, d.h. mit nur einer Epoche mit 4 Satelliten kann man dann im Prinzip die Relativposition zweier Antennen auf einen Zentimeter genau bestimmen, vorausgesetzt, dass andere Fehlerquellen (Atmosphäre, Bahnen, Multipath) genügend gut modelliert oder durch die Differenzbildung eliminiert wurden.

GENAUIGKEITSGEWINN

- Grund für die Ambiguity Resolution: **Genauigkeitsgewinn**
- **Kurze Beobachtungszeiten** (wenige Sekunden bis 1 Stunde):
 - Riesiger Genauigkeitsgewinn (Faktor 100) gegenüber einer Lösung mit reellwertigen Ambiguities (ambiguity-free).
 - Genauigkeit der Relativposition liegt bei etwa **1 cm** für kurze Basislinien. Genauigkeit einer Lösung mit reellwertigen Ambiguities: ca. **1-2 m** bei sehr kurzen Beobachtungszeiten (< 10 Minuten), ca. ein paar Zentimeter bei einer Stunde.
- **Lange Beobachtungszeiten** (> 12 Stunden):
 - Genauigkeitsgewinn im Vergleich zu kurzen Sessions **relativ klein**.
 - Die grösste Verbesserung betrifft die **Ost-West-Komponente** (ca. **Faktor 2**). Es kann keine wesentliche Verbesserung der Nord-Süd-Komponente und Höhe festgestellt werden.

Die Abbildung zeigt die Qualität von europäischen Lösungen (ambiguity-free und ambiguity-fixed) in Abhängigkeit der Sessionslänge (verglichen mit einer Gesamtlösung aus 2 Wochen GPS-Daten).



(Mervart, 1995)

AMBIGUITY RESOLUTION (1)

Da man bei der Methode der kleinsten Quadrate nicht direkt fordern kann, dass die geschätzten Ambiguities N_{AB}^{jk} **ganzzahlig** sein müssen, geht man immer in **drei Schritten** vor:

1. Die Mehrdeutigkeiten werden (zusammen mit anderen Parametern) als reellwertige Zahlen bestimmt. Als Resultat erhält man die **reellwertigen Ambiguities** und die volle **Varianz-Kovarianz-Information** dazu (RMS der Ambiguities und Korrelationen zwischen Ambiguities, ...).
2. Mit Hilfe der Information des ersten Schrittes und geeigneten **Algorithmen** werden die Ambiguities auf ganze Zahlen aufgelöst. Diverse **statistische Tests** kommen dabei zur Anwendung, um die korrekten ganzzahligen Ambiguities zu ermitteln.
3. Die ganzzahligen Ambiguities aus dem zweiten Schritt werden schliesslich **als bekannt eingeführt** und es wird eine "ambiguity-fixed" Lösung für die verbleibenden Parameter (insbesondere die Stationskoordinaten) berechnet.

Das Fixieren der Ambiguities führt zu einer deutlichen Reduktion in der Anzahl unbekannter Parameter. Um wieviel die fixierte Lösung besser ist als die freie Lösung, hängt stark vom Verhältnis der Anzahl Nicht-Ambiguity-Parameter zur Anzahl Beobachtungen (Sessionlänge) ab.

Beispiel: Während einer sehr kurzen Beobachtungszeit von nur 30 sec (z.B. 2 Epochen) werden 7 Satelliten beobachtet.

- Anzahl Doppeldifferenzbeobachtungen: Anzahl Epochen * (Anzahl Satelliten - 1) = 2 * 6 = 12
- Anzahl Unbekannte: 3 Koordinaten und 6 Ambiguities = 9 für ambiguity-free, 3 Koordinaten für ambiguity-fixed Lösung.
- Freiheitsgrad: 12-9 = 3 für ambiguity-free, 12-3 = 9 für ambiguity-fixed Lösung.

Es gelingt jedoch nicht immer, die Mehrdeutigkeiten aufzulösen.

AMBIGUITY RESOLUTION (2)

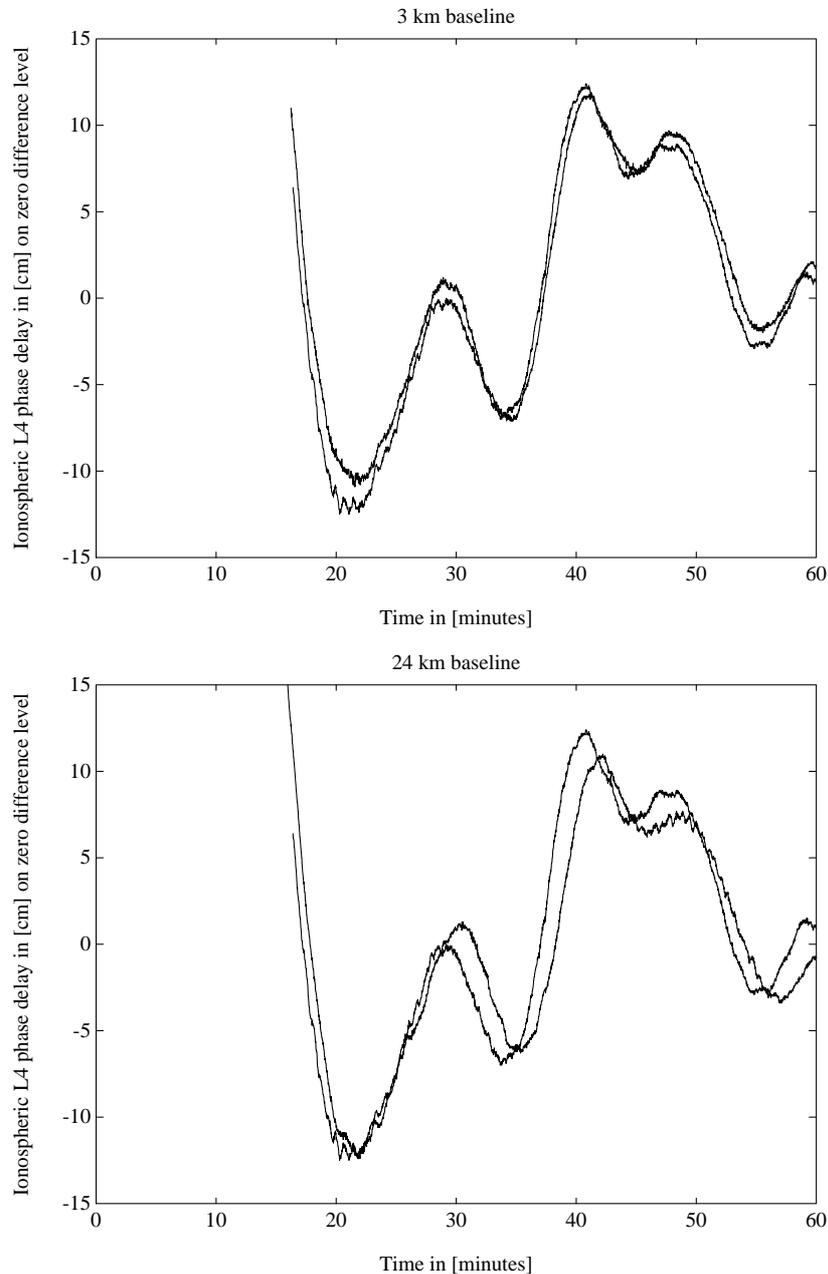
Ob die Mehrdeutigkeiten fixiert werden können oder nicht, hängt insbesondere ab von

- der **Satellitengeometrie**, d.h. wünschenswert sind
 - eine möglichst **grosse Anzahl von Satelliten** pro Epoche
 - möglichst **lange Sessionen**: grössere Änderung der Satellitengeometrie während der Session.
- der **Länge der Basislinien**, da viele Fehlerquellen mit der Basislinienlänge anwachsen:
 - **Ionosphärische Refraktion** ist die wohl wichtigste Fehlerquelle, auch bereits für kurze Basislinien.
 - **Troposphärische Refraktion** vor allem bei grossen Höhenunterschieden.
 - **Bahnfehler** für sehr lange Basislinien.
- der Stärke der **Multipatheffekte**. Diese sind von der Antenne und der Antennenumgebung abhängig und daher auch für kurze Basislinien kritisch.

Alle nicht-modellierten Fehler verschlechtern die geschätzten Parameter, also nicht nur die Koordinaten sondern auch die Ambiguities. Die Ambiguities sind dann **systematisch verfälscht** und nicht mehr in der Nähe des korrekten ganzzahligen Wertes.

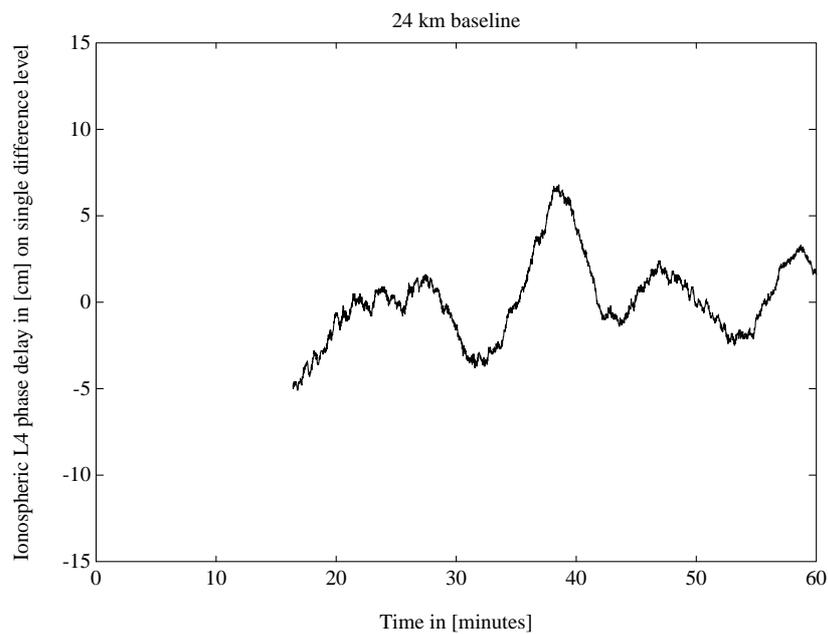
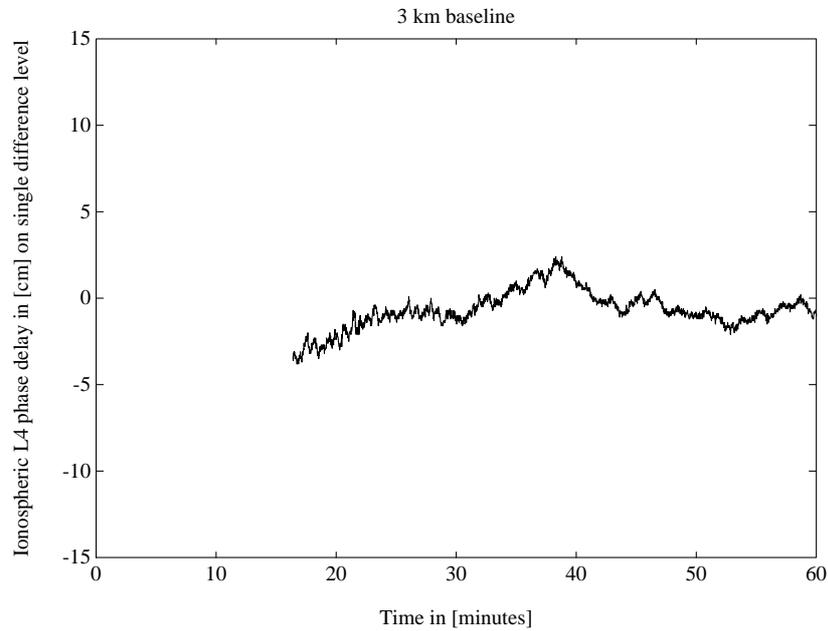
Am kritischsten ist das Verhalten der **Ionosphäre**, vor allem die schnellen, **kurzperiodischen Änderungen** innerhalb von Sekunden bis Minuten (siehe Abbildungen auf den nächsten zwei Seiten). Sie können das Fixieren der Ambiguities bei kurzen Beobachtungszeiten unmöglich machen.

EINFLUSS DER IONOSPHERE: ABSOLUT



Stochastische Komponente der ionosphärischen Refraktion zum Satelliten 27 für **Zero-Difference Beobachtungen** von je zwei Stationen. Messkampagne in Heerbrugg vom 26. November 1992 (aus: Lizentiat von Stefan Schär).

EINFLUSS DER IONOSPHERE: RELATIV



Stochastische Komponente der ionosphärischen Refraktion zum Satelliten 27 für **Single-Difference Beobachtungen** (Differenz zweier Stationen). Messkampagne in Heerbrugg vom 26. November 1992 (aus: Lizentiat von Stefan Schär).

AMBIGUITY RESOLUTION STRATEGIEN

Zwei Hauptstrategien für das Auflösen der Ambiguities:

- **Kurze Basislinien** (< 30 km) und **kurze Sessionen** (wenige Minuten, < 1 Stunde):
 - Die formalen Fehler der Ambiguities (ambiguity-free Lösung) sind in diesem Fall viel **grösser als eine Wellenlänge**.
 - Die reellwertigen Ambiguity-Werte selbst können um einige Wellenlängen vom wahren ganzzahligen Wert entfernt sein. Die richtige ganze Zahl lässt sich also nicht direkt bestimmen (z.B. durch Runden auf die nächste ganze Zahl).
 - Es werden daher **Suchalgorithmen** verwendet, die alle möglichen Kombinationen von Ambiguity-Werten in der Nähe der reellwertigen Ambiguities absuchen und testen (z.B. FARA (Fast Ambiguity Resolution Approach), Lambda-Methode, Ambiguity-Function-Methode).

- **Lange Sessionen** (> 1 Stunde):
 - Die gute Geometrie erlaubt die Auftrennung von Koordinaten und Ambiguities. Als Folge davon sind die formalen Fehler der Mehrdeutigkeiten **viel kleiner als 1 Wellenlänge**.
 - Die reellwertigen Ambiguity-Werte können auf die **nächste ganze Zahl** gesetzt werden, wobei gewisse **statistische Kriterien** erfüllt sein müssen.
 - Um sicherzustellen, dass nicht zufällig eine Ambiguity auf einen falschen ganzzahligen Wert gesetzt wird, geschieht das Fixieren gewöhnlich **iterativ**, indem man zuerst nur die n_{iter} best-bestimmten Mehrdeutigkeiten fixiert, die Lösung wiederholt und von den verbleibenden Mehrdeutigkeiten wiederum nur die n_{iter} best-bestimmten fixiert, etc.

WIDELANE-NARROWLANE METHODE

- Bei **langen Basislinien** (und langen Sessionen) kann man wegen der Ionosphäre nicht direkt die L_1 - und L_2 -Doppeldifferenz-Ambiguities lösen. Man muss auf ein Verfahren in **zwei Schritten** übergehen (**iteratives Fixieren** der Ambiguities):
 1. Zuerst werden die **Widelane-Ambiguities** $N_{w,AB}^{ij} = N_{1,AB}^{ij} - N_{2,AB}^{ij}$ auf ganze Zahlen fixiert (Definition der Widelane-Linear kombination L_w : siehe Seite 60). $N_{1,AB}^{ij}$ und $N_{2,AB}^{ij}$ sind dabei die L_1 - und L_2 -Ambiguities. Der Vorteil der Widelane liegt in der langen Wellenlänge von **86 cm**.
 2. Die fixierten, bekannten Widelane-Ambiguities $N_{w,AB}^{ij}$ werden dann in eine Lösung mit der ionosphärenfreien Linear kombination eingeführt, um die **L_1 -Ambiguities** $N_{1,AB}^{ij}$ zu fixieren (siehe Seite 61). In der ionosphärenfreien Linear kombination ergibt sich für die L_1 -Ambiguities eine Wellenlänge von **10 cm** (deshalb **Narrowlane** genannt). Mit bekannten $N_{w,AB}^{ij}$ und $N_{1,AB}^{ij}$ kennt man auch die L_2 -Ambiguities $N_{2,AB}^{ij} = N_{1,AB}^{ij} - N_{w,AB}^{ij}$ und kann eine ionosphärenfreie Lösung mit fixierten (L_1 - und L_2 -)Ambiguities rechnen.
- Für die Fixierung der Widelane-Ambiguities gibt es zwei Wege:
 1. Falls gute Code-Messungen auf beiden Frequenzen vorhanden sind (P-Code !), können die Widelane-Ambiguities mit der **Melbourne-Wübbena-Linear kombination MW** (siehe Seite 60) bestimmt werden. Diese Linear kombination der Phasen- und Code-Messungen enthält nur noch die Widelane-Ambiguities (keine Ionosphäre, keine Geometrie, ...) und ist daher von der **Länge** der verarbeiteten Basislinie **völlig unabhängig**.
 2. Falls keine guten Code-Messungen vorhanden sind, kann man bis Basislinien von etwa **200 km** mit der **Phasen-Widelane L_w** die Ambiguities fixieren. Für längere Basislinien wird auch für die Wellenlänge von 86 cm die **ionosphärische Refraktion zu stark**.

SUCHALGORITHMEN: KURZE SESSIONEN, KURZE BASISLINIEN

Bei den Suchalgorithmen wird wie folgt vorgegangen:

- Um die reellwertigen Ambiguities mit den mittleren Fehlern $\sigma(N_{AB}^{ij})$ wird ein Suchraum aufgespannt mit einer Weite von $n \cdot \sigma(N_{AB}^{ij})$ (n - σ -Bereich). Bei m Doppeldifferenz-Ambiguities ist dieser Suchraum m -dimensional.
- Sämtliche Ambiguity-Kombinationen der m Ambiguities in diesem Suchraum müssen getestet werden (wie gut sie die Beobachtungen darstellen).
- Die beste Kombination wird als richtig akzeptiert, falls sie sich in der Qualität deutlich von der zweitbesten Kombination unterscheidet (statistische Tests).

Problem 1: Grösse des Suchraumes

- **Suchraum zu klein** gewählt: die korrekte Lösung gar nicht im Suchraum enthalten (z.B. wegen systematischen Effekten).
- **Suchraum zu gross** gewählt: es wird mehr als einen Satz von Ambiguities mit einem sehr kleinen RMS geben. Man wird nicht entscheiden können, welche dieser Lösungen die korrekte ist.

Problem 2: Anzahl der Kombinationen

- Beispiel: **6** Satelliten, **10** mögliche Werte pro Ambiguity, **2** Frequenzen: Die Anzahl der zu testenden Kombinationen (Ambiguity-Vektoren) ist $10^{2 \cdot (6-1)} = \mathbf{10^{10}}$!
- Um die Rechenzeit zur Berechnung all dieser Kombinationen klein zu halten — man denke an die Bestimmung der Mehrdeutigkeiten in Echtzeit —, ist eine **Reduktion des Suchraumes** unbedingt erforderlich. Dazu müssen wir die Information, die in der Kofaktorenmatrix Q enthalten ist, möglichst **vollständig** nutzen.

AMBIGUITY RESOLUTION ON THE FLY (OTF)

- Bei kinematischen GPS-Messungen bleibt man nicht statisch auf einem Punkt, sondern man will sich mit der sogenannten Rover-Antenne von Punkt zu Punkt bewegen können. Man hat also das Problem, dass sich die Empfängerposition dauernd ändert und folglich für jede Beobachtungsepoche bestimmt werden muss. Entsprechend ist es auch viel schwieriger, die Mehrdeutigkeiten **während der Bewegung** (on the fly) zu lösen, als im statischen Fall.
- Die Methoden zur Lösung der Mehrdeutigkeiten im bewegten Fall heissen AROF (ambiguity resolution on the fly) oder OTF (on-the-fly). Sie unterscheiden sich nicht grundsätzlich von den bereits besprochenen Suchmethoden.
- Eine mit Pseudorange (Code-Messungen) gerechnete Relativposition wird als beste Näherung für die Antennenposition benutzt und aus den dazugehörigen mittleren Fehlern ergibt sich die Grösse des Suchraums für die Ambiguities. Damit der Suchraum klein bleibt (Anzahl der zu testenden Kombinationen), müssen für OTF sehr gute Code-Messungen (möglichst auf 2 Frequenzen) zur Verfügung stehen. C/A-Code-Messungen sind im allgemeinen nicht gut genug.
- Auch beim OTF wird wegen der Wellenlänge von 86 cm oft die Phasen-Widelane- und die Melbourne-Wübbena-Linearkombination (siehe Seite 60) benutzt. Dadurch kann der Suchraum verringert werden.
- **Multipath** ist bei solchen Anwendungen besonders kritisch, da es die Qualität der Code-Lösung stark beeinträchtigen kann.

13. Beobachtungsverfahren

- Übersicht
- Permanentstationen
- Static und Rapid Static
- Stop & Go und RTK
- Kinematic
- DGPS- und Standalone-Navigation

ÜBERSICHT DER BEOBACHTUNGSVERFAHREN: POSTPROCESSING, PHASENMESSUNGEN

Verfahren	Konzept	Beobachtungszeit	Genauigkeit	Kommentare
Permanent	Simultane Beobachtungen vieler Stationen	Jahre (Wochenlösungen oder permanente Filterlösungen)	einige mm	Zweifrequenzempfänger, bis zu globalen Punktentfernungen
Static	Simultane Beobachtungen mehrerer Stationen, evtl. Punktwechsel	1 h bis mehrere Tage	1 cm	Ein- oder Zweifrequenzempfänger, bis zu 100 km Punktentfernung
Rapid Static	Simultane Beobachtungen mehrerer Stationen, Punktwechsel und Wiederbesetzungen	wenige Min., < 1 h	1–2 cm	Ein- oder Zweifrequenzempfänger, bis zu einigen 10 km Punktentfernungen
Stop & Go	Referenzstation, Rover-Initialisierung und sequentielle Punktaufnahme ohne Abriss der Satellitenverbindung	Initialisierung: wenige Min., < 1 h oder OTF; Punktaufnahme: wenige Epochen	2–3 cm	Zweifrequenzempfänger sinnvoll, Punktentfernung < 10 km
Kinematic	Referenzstation, Rover-Initialisierung und Aufnahme einer Trajektorie	Initialisierung: wenige Min., < 1 h oder OTF	einige cm, < 10 cm	Zweifrequenzempfänger sinnvoll, < 10 km

(aus: Tutorial "Einführung in GPS", Rothacher/Zebhauser, Institutsreihe des IAPG/FESG)

ÜBERSICHT DER BEOBACHTUNGSVERFAHREN: ECHTZEIT, CODE- UND PHASEN-MESSUNGEN

Verfahren	Konzept	Beobachtungszeit	Genauigkeit	Kommentare
Kinematic	Referenzstation, Rover-Initialisierung und Aufnahme einer Trajektorie bzw. Navigation	Initialisierung: wenige Min. mit OTF	einige cm, < 10 cm	Trägerphasen, Zweifrequenzempfänger sinnvoll
RTK (Stop & Go in Echtzeit)	Referenzstation, Rover-Initialisierung und sequentielle Punktaufnahme	Initialisierung: wenige Min. mit OTF; Punktaufnahme: wenige Epochen	2–3 cm	Trägerphasen, Punktentfernung < 10 km; mit FKP/virtueller Referenzstation auch > 10 km
DGPS	Referenzstation, Rover, Punktaufnahme oder Navigation	einzelne Epochen oder Aufakkumulieren	0.5–5 m	Pseudoranges, beliebige Punktentfernungen
Stand-alone	1 Empfänger, Punktaufnahme oder Navigation	einzelne Epochen oder Aufakkumulieren	10 m (ohne SA, C/A); 100 m (mit SA, C/A); 4 m (Y bzw. P)	Pseudoranges

(aus: Tutorial "Einführung in GPS", Rothacher/Zebhauser, Institutsreihe des IAPG/FESG)

PERMANENTE GPS-BEOBACHTUNGEN

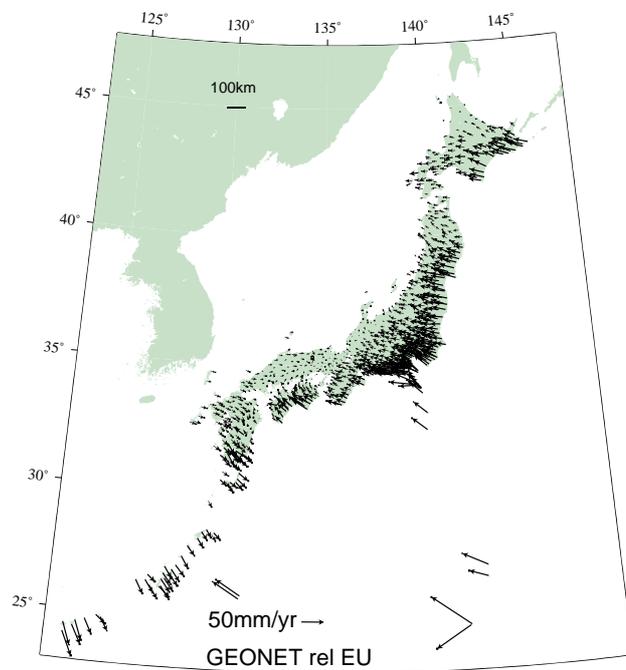
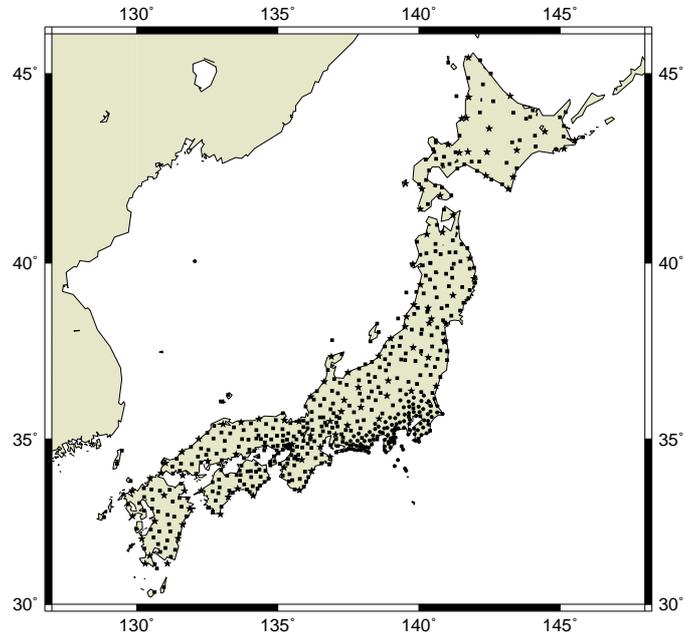
Permanentnetze von GPS-Empfängern gibt es heute von **global** bis **kleinräumig** für die verschiedensten Anwendungen mit **2-1000 Empfängern**.

Beispiele sind:

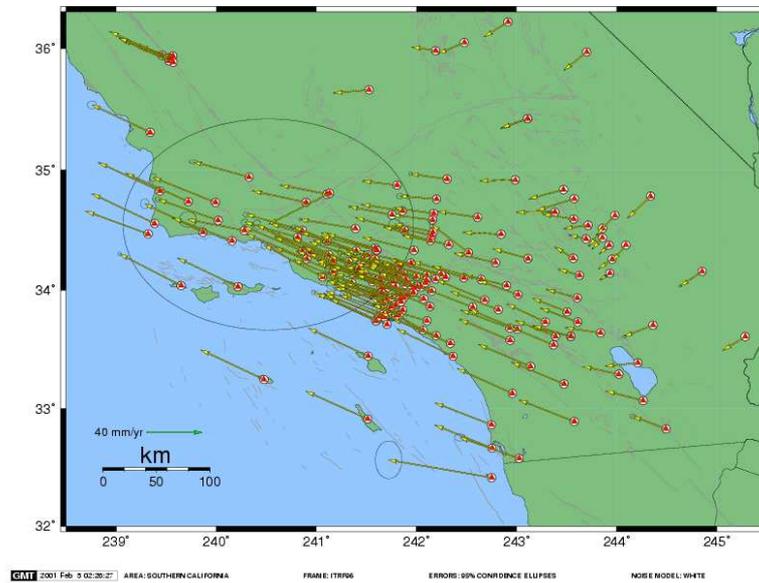
GPS-Netz	Grösse [km]	Anzahl Empfänger	Zweck
IGS	12'000	~ 200	GPS-Bahnen, Erdrotation, globales Referenzsystem, Kontinentaldrift, ...
EUREF	4'000	~ 125	Europäisches Referenzsystem, Geodynamik, Meteorologie
Japan	1'200	~ 1'200	Geodynamik, Erdbeben, Atmosphäre, Referenzstationen
SAPOS	800	~ 200	Referenzstationen für DGPS
SCIGN (Calif.)	300	~ 100	Geodynamik, Referenzstationen
Vulkane	10-30	~ 5-20	Geodynamik, Geophysik
Staumauern etc.	< 5	~ 5-10	Ingenieurvermessung, Überwachung

Die verschiedenen Dienste werden in Kapitel 14, "Referenzstationsnetze und Dienste", näher beschrieben.

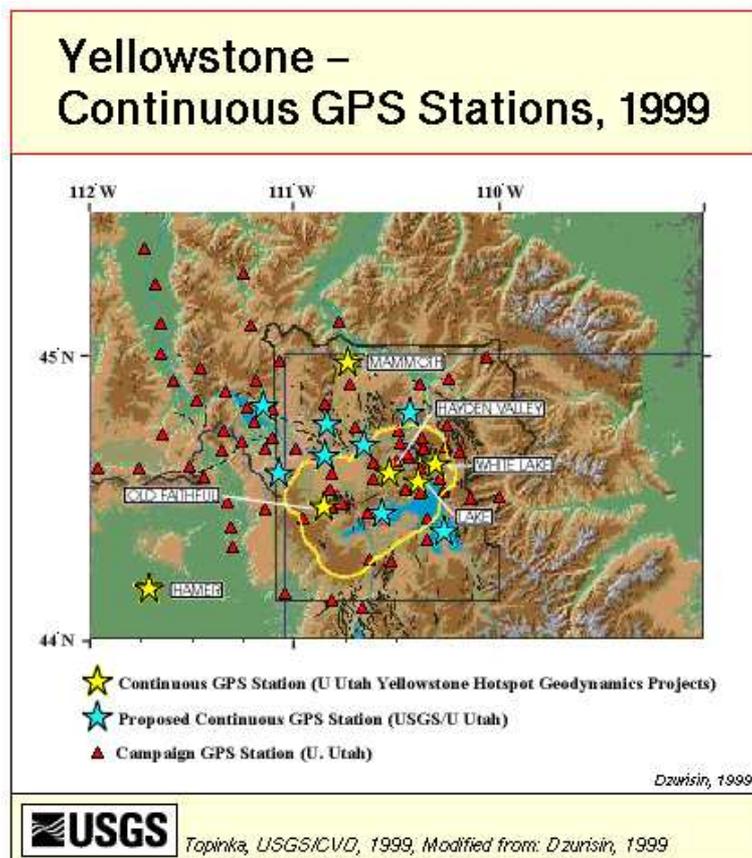
PERMANENTNETZ IN JAPAN



PERMANENTNETZ IN KALIFORNIEN



PERMANENTNETZ IM YELLOWSTONE-PARK



STATIC UND RAPID STATIC

Static:

- Ursprüngliches Verfahren bei der Verwendung der **GPS-Trägerphasen**. Daraus haben sich die schnelleren Methoden im Laufe der Zeit entwickelt.
- Es wird solange beobachtet, bis man die Koordinaten der Punkte (und die Mehrdeutigkeiten) mit genügender Genauigkeit bestimmt hat (gewöhnlich **> 1 Stunde**).
- Oft werden **mehrere Empfänger** parallel betrieben und es wird im Postprocessing eine **Netzwerklösung** gerechnet.
- Bei grösseren Punktentfernungen wird die **ionosphärenfreie Linnearkombination** ausgewertet (Zweifrequenzempfänger nötig).
- Grundsätzlich gilt: je genauere Resultate man anstrebt, desto länger muss man beobachten.

Rapid Static:

- Einsatz einer **Referenzstation** und eines oder mehrerer **“Rover”**, die nacheinander die zu vermessenden Punkte besuchen.
- Beobachtung der Punkte während **weniger Minuten**. Dabei müssen **Suchalgorithmen** für die Ambiguity Resolution verwendet werden (siehe Seite 157).
- Mindestens 5–6 Satelliten sollten pro Epoche beobachtet werden.
- Bei längeren Basislinien kann es Schwierigkeiten beim Lösen der Mehrdeutigkeiten geben (Ionosphäre).
- Oft werden zur Kontrolle schon beobachtete Punkte wiederbesetzt. Diese **Wiederbesetzungen** sind sehr hilfreich für die Ambiguity Resolution (Konstellationsänderung zwischen den Besetzungen).

STOP & GO UND RTK

Stop & Go:

- Die Messungen beginnen mit einer **Initialisierungsphase**. Während dieser Phase wird stationär gemessen, bis die Mehrdeutigkeiten gelöst werden können (gewöhnlich wenige Minuten).
- Während der folgenden Messungen sollte möglichst **kein “Loss of Lock”** auftreten, d.h. die Verbindung zu den Satelliten sollte nicht abreißen (Bäume, Gebäude, zu schnelle Bewegungen, ...), sonst müssen die Mehrdeutigkeiten wieder neu bestimmt werden (**Neuinitialisierung**).
- Nach der Initialisierung wandert man von Punkt zu Punkt und bleibt für **wenige Epochen auf jedem Punkt**.
- Für eine Neuinitialisierung werden entweder bekannte Punkte wieder aufgesucht oder man versucht die Auflösung der Ambiguities im Flug (**OTF: on-the-fly**; siehe Seite 158).
- Die Auswertung findet meist nach den Messungen statt (**Post-processing**).

Real Time Kinematic (RTK):

- Das RTK-Verfahren ist die **Echtzeit-Version** der Stop&Go-Technik.
- Die Daten oder Korrekturen der Referenzstation werden per **Datenfunk** oder **GSM (Mobiltelefon)** an die Rover-Station übertragen und dort mit den Rover-Daten zusammen ausgewertet (Relative Positionierung mit Phasenmessungen).
- Die kinematischen Daten zwischen den Punkten werden gewöhnlich nicht ausgewertet.
- Für Entfernungen von **mehr als 10 km** ist die verwendete Modellierung oft nicht mehr genügend. Eine weitere Begrenzung ist durch die **Distanz der Funkverbindung** gegeben.

KINEMATIC, DGPS- UND STANDALONE-NAVIGATION

Kinematic:

- Das Vorgehen ist ähnlich wie bei RTK: anstatt einzelne Punkte aufzusuchen, wird jedoch die **ganze Trajektorie**, d.h. die Position und Geschwindigkeit **zu jeder Messepoche** berechnet.
- **Signalabrisse** sind ungünstig, da eine Neuinitialisierung schwierig sein kann (z.B. bei der Flugnavigation) und **nur noch OTF** erfolgen kann.
- Die Genauigkeit ist etwas niedriger (**einige Zentimeter**), da aus den Beobachtungen jeder Epoche eine Position bestimmt wird.
- Wenn die **Mehrdeutigkeiten nicht gelöst** werden können, dann erhält man Resultate im Bereich von **einigen Dezimetern oder mehr**.
- Bei **hochdynamischen** Anwendungen sollte eine **Registrierrate von 10 Hz** oder mehr verwendet werden, damit eine genügende **Auflösung der Trajektorie** möglich ist.

DGPS- und Standalone-Navigation:

- Bei diesen Verfahren werden die **Pseudorange-Daten** verwendet, was eine **geringere Genauigkeit** der Koordinaten zur Folge hat. (Die Terminologie ist hier nicht ganz eindeutig: manchmal wird DGPS (differential GPS) auch für die relative Positionierung mit Phasenmessungen verwendet.)
- Es sind einfachere, sicherere und **robustere Verfahren**, da keine Ambiguitäten gelöst werden müssen und im Prinzip jede Epoche für sich alleine ausgewertet werden kann (4 Satelliten).
- Bei DGPS werden die Korrekturen in Echtzeit zum Rover übermittelt (siehe auch Seite 135/136).

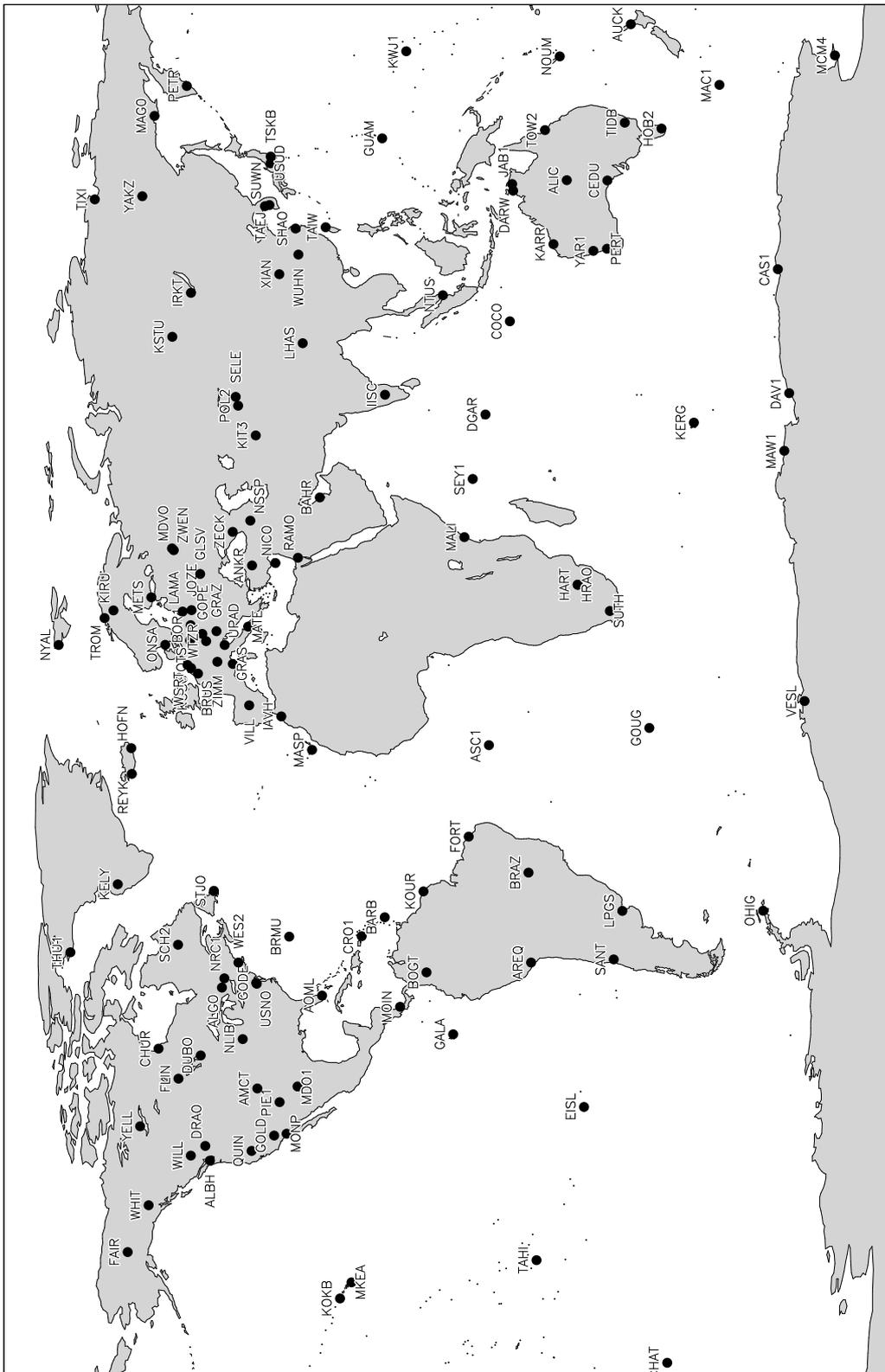
14. Referenzstationsnetze und Dienste

- Globale und regionale passive Referenznetze
- Globale aktive Referenznetze
- Regionale und lokale aktive Referenznetze
- Produkte der Internationalen Dienste

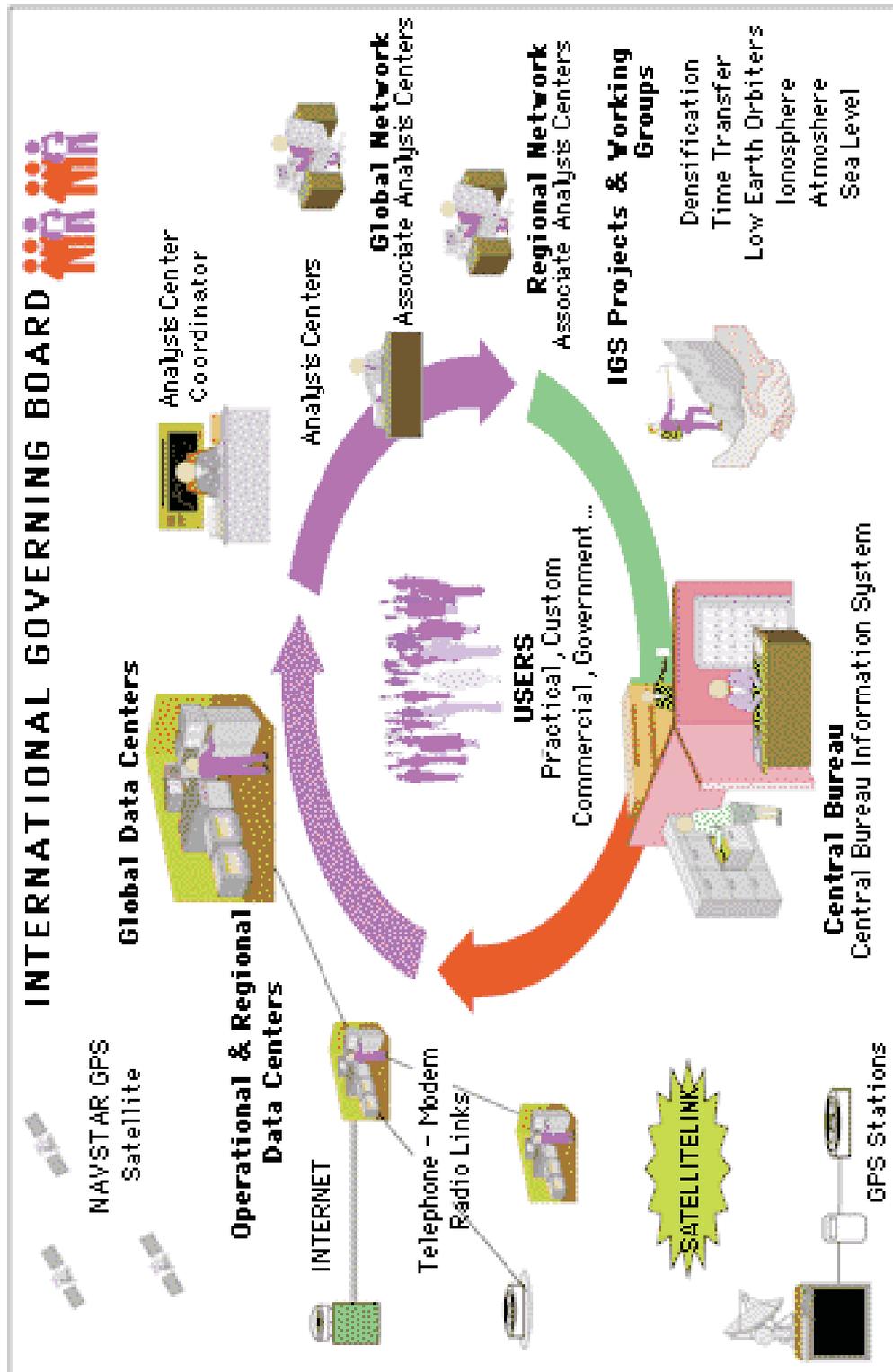
INTERNATIONAL GNSS SERVICE (IGS)

- Der **IGS** ist seit 1994 ein offizieller Dienst der **IAG** (International Association of Geodesy) und ist ein Mitglied der **FAGS** (Federation of Astronomical and Geophysical Data Analysis Services) seit 1996.
- **Ziel des IGS:** “to provide a service to support geodetic and geophysical research activities, through GPS data and data products”.
- Die Produkte des IGS basieren auf einem globalen Permanentnetz von ca. **385 Stationen** (siehe nächste Seite).
- Die Produkte sind:
 - Hochgenaue GNSS-Satellitenbahnen
 - Koordinaten und Geschwindigkeiten der IGS-Stationen (Beitrag zum ITRF)
 - Satelliten- und Empfängeruhrkorrekturen
 - Erdrotationsparameter
 - Information über die Atmosphäre (Ionosphäre, Troposphäre)
- Die Komponenten des IGS sind:
 - Globale und regionale Datenzentren
 - 10 Analysezentren
 - Analyse-Koordinator
 - Zentralbüro
- Insgesamt tragen mehr als **200 Organisationen** zu den Aktivitäten bei.
- Folgende neue Entwicklungen sind zur Zeit im Gang:
 - **GLONASS**-Einbettung in IGS (IGLOS-PP)
 - Hochgenauer **Zeittransfer** mit GPS
 - Unterstützung der **Low Earth Orbiter** (LEOs: tieffliegende Satelliten mit einem GPS-Empfänger an Bord).
 - **Sea Level Monitoring:** Überwachung des Meeresspiegels.
 - Bereitstellung von Ionosphären- und Troposphärenprodukten

GLOBALES IGS-NETZ

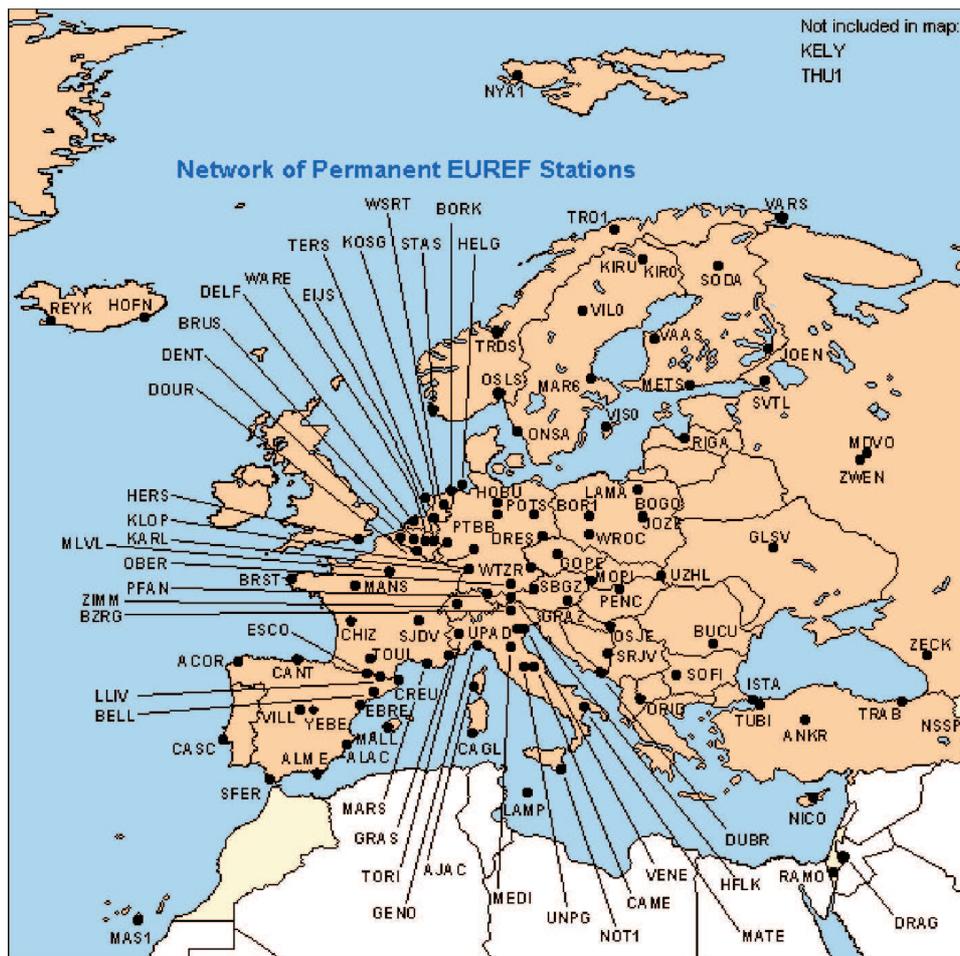


ORGANIZATION OF THE INTERNATIONAL GPS SERVICE



EUREF PERMANENT NETWORK

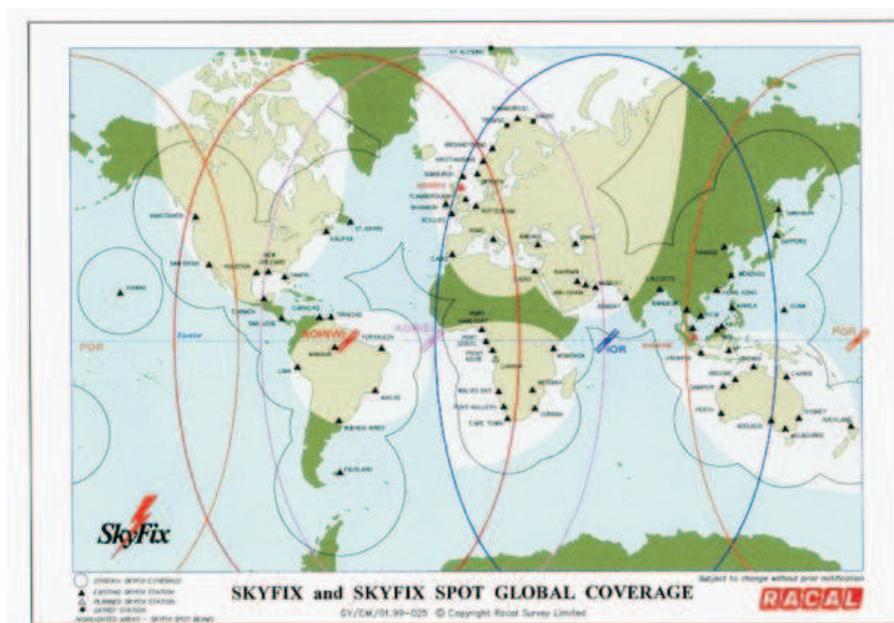
- **European Reference Frame (EUREF)** ist eine Verdichtung des globalen IGS-Netzes in Europa, betreut von der IAG-Subkommission "EUREF".
- Rund **160 Stationen** werden von **16 Analysezentren** ausgewertet und anschliessend vom BKG zu einer **Gesamtlösung** kombiniert.
- EUREF dient vor allem der Realisierung und Überwachung des europäischen Referenzsystems **ETRS89** (siehe Seite 35). Auf dieses System beziehen sich auch die Koordinaten der SAPOS-Stationen (siehe Seite 176/177).



Globale Aktive Referenznetze

Fugro SkyFix:

- Fugro SkyFix ist ein **operationelles System für DGPS** bestehend aus ca. **100 globalen Referenzstationen**, die von zwei Kontrollzentren überwacht werden.
- Die Korrekturdaten werden von **geostationären Kommunikationssatelliten** (Immarsat) im **RTCM SC104 2.0** Format ausgesendet und können mit geeigneter Hard- und Software empfangen und decodiert werden.
- Die Genauigkeit beträgt ca. **2 m**. Die Korrekturen werden alle **5 Sekunden** erneuert.



Fugro Omnistar:

- Ähnlicher Dienst wie SkyFix, ebenfalls **operationell**.
- Referenznetz von ca. **100 Stationen**, Abstrahlung der Korrekturen im RTCM SC104 2.0 Format mit Hilfe von **9 geostationären Satelliten**.
- Verschiedene Genauigkeitsniveaus sind erhältlich (bis **< 1 m**).

RTCM-FORMAT (1)

RTCM SC104 (Radio Technical Commission for Maritime Services Special Committee No. 104):

- Das RTCM SC104 hat 1985 Empfehlungen für einen **Standard zur Übertragung von DGPS-Korrekturen** herausgegeben. Darin sind die Datenelemente, die Zeitintervalle zwischen Übertragungen, Datensegmentgrößen, Einheiten und Auflösung der zu übertragenden Parameter definiert (Format mit Datentypen 1–16).
- 1990 wurde die überarbeitete **Version 2.0** veröffentlicht, die bis heute den Standard für die Übertragung der weniger genauen Pseudorange-Korrekturen darstellt.
- 1994 wurde das Format insbesondere um die **Datentypen 18–21** erweitert (**Version 2.1**), die es erlauben, unkorrigierte Pseudorange- und Trägerphasenmessungen (rohe Beobachtungen) und dazugehörige Korrekturen zu übertragen. Die Übertragung dieser Daten ist wichtig für die wesentlich genaueren RTK-Applikationen mit Phasenmessungen.
- Weitere Ergänzungen (1998) verallgemeinern das Format (nun **Version 2.2**) für andere **GNSS** (Global Navigation Satellite Systems) wie **GLONASS** oder in Zukunft **GALILEO**.
- Heute sind Änderungen im Gespräch, um **Antennentypen** und ähnliches zu übermitteln, damit die richtigen **Antennenphasenzentrumskorrekturen** angebracht werden können. Dies ist wichtig, wenn sich die Antennen der Referenzstationen von den Rover-Antennen unterscheiden.

RTCM-FORMAT (2)

Datentypen des DGPS-Übertragungsformats RTCM 2.1

(aus GPS World 3/1996; die meisten "tentative" Datentypen sind bereits "fixed" in Version 2.2)

Message Type No.	Current Status	Description
1	Fixed	Differential GPS Corrections
2	Fixed	Delta Differential GPS Corrections
3	Fixed	Reference Station Parameters
4	Retired	Surveying
5	Tentative	Constellation Health
6	Fixed	Null Frame
7	Fixed	Beacon Almanacs
8	Tentative	Pseudolite Almanacs
9	Fixed	Partial Satellite Set Differential Corrections
10	Reserved	P-Code Differential Corrections (all)
11	Reserved	C/A-Code L1,L2 Delta Corrections
12	Reserved	Pseudolite Station Parameters
13	Tentative	Ground Transmitter Parameters
14	Reserved	Surveying Auxiliary Message
15	Reserved	Ionosphere (Troposphere) Message
16	Fixed	Special Message
17	Tentative	Ephemeris Almanac
18	Tentative	Uncorrected Carrier-Phase Measurements
19	Tentative	Uncorrected Pseudorange Measurements
20	Tentative	RTK Carrier-Phase Corrections
21	Tentative	RTK Pseudorange Corrections
22–58	—	Undefined
59	Tentative	Proprietary Message
60–63	Reserved	Multipurpose Usage

WWW-Seite:

<http://www.navcen.uscg.gov/marcomms/othrcoms/RTCM-pub.pdf>

REGIONALE UND LOKALE AKTIVE REFERENZNETZE (1)

EUROFIX:

- EUROFIX ist ein europäisches Radionavigations- und Kommunikationssystem in der Erprobungsphase und sollte im Endausbau **ganz Europa abdecken**.
- Es ist eine Weiterentwicklung der bereits bestehenden **Loran-C** und **Chayka-Stationen** (terrestrische 2D-Longwellen-Radionavigationssysteme mit einer Genauigkeit von 100–300 m).
- Das System wird eine Relativpositionierung mit einer Genauigkeit von ca. **2.5 m** liefern.
- Die Korrekturdaten werden **nicht** im international anerkannten Format (RTCM) ausgesendet.

SAPOS (Satellitenpositionierungsdienst):

- SAPOS ist ein Positionierungsdienst der **AdV** (Arbeitsgemeinschaft der Vermessungsverwaltungen der Länder der Bundesrepublik Deutschland).
- SAPOS unterhält ein Netz von ca. 200 Referenzstationen in Deutschland (siehe nächste Seite).
- SAPOS bietet verschiedene **Genauigkeitsklassen** und **Übertragungstechniken** an
 - **EPS** (Echtzeit-Positionierungs-Service): **1–3 m** Genauigkeit (DGPS-Dienst mit **Pseudorangekorrekturen**); ausgestrahlt über verschiedene Sender (2-m-Band der Landesvermessungsämter, UKW von ARD, Langwellen von der Deutschen Telekom).
 - **HEPS** (Hochgenauer ...): **1–5 cm** Genauigkeit (Übermittlung der Trägerphasenkorrekturen); ausgestrahlt über Sender der Landesvermessungsämter (2-m-Band).
- **Format:** RTCM SC104 2.0

Referenzstationen



Stand: August 2001



REGIONALE UND LOKALE AKTIVE REFERENZNETZE (2)

SAPOS (Fortsetzung):

- Neben den Echtzeit-Dienstleistungen können auch RINEX-Daten der SAPOS-Stationen für das **Postprocessing** oder **Near-Real-time** Processing bezogen werden. Mit diesen Daten und den ETRF89-Koordinaten der SAPOS-Stationen kann man sich mit Zentimeter-Genauigkeit in ein globales Referenzsystem einbinden (Positionierung relativ zu den bekannten SAPOS-Stationen).

Vernetzung der Referenzstationen:

- Ein wesentliches Element des **SAPOS-HEPS** ist die Vernetzung der Referenzstationen.
- Aus den Daten der Referenzstationen werden in Echtzeit **von der Breite und Länge der Stationen abhängige Korrekturterme** bestimmt (flächenartige Korrekturen) und dem Rover übermittelt. Dieser kann damit entfernungsabhängige Fehlereinflüsse korrigieren (Interpolation im Netz der Referenzstationen).
- Alternatives Konzept: Synthetisierung (Berechnung) von GPS-Daten einer **virtuellen Referenzstation** in unmittelbarer Nähe des Rovers, die vom Rover zur Berechnung einer gewöhnlichen RTK-Lösung verwendet werden können. Die Daten sind so korrigiert, wie wenn sie aus der Nachbarschaft des Rovers stammen würden.

QUALITÄT UND VERFÜGBARKEIT DER IGS-PRODUKTE (1)

Produkt	Verfügbar nach	Genauigkeit
---------	----------------	-------------

Satellitenbahnen

Ultra-Rapid (predicted half)	Echtzeit	10 cm
Ultra-Rapid (observed half)	3 Stunden	< 5 cm
Rapid	17 Stunden	< 5 cm
Final	13 Tage	~ 2 cm

Satellitenuhren

Ultra-Rapid (predicted half)	Echtzeit	5 ns
Ultra-Rapid (observed half)	3 Stunden	0.2 ns
Rapid	17 Stunden	0.1 ns
Final	13 Tage	< 0.1 ns

Pol (x- und y-Komponente)

Rapid	17 Stunden	< 0.1 mas
Final	13 Tage	0.05 mas

Tageslänge (LOD)

Rapid	17 Stunden	30 μ s/Tag
Final	13 Tage	20 μ s/Tag

Stationskoordinaten

Wöchentlich (horizontal)	12 Tage	3 mm
Wöchentlich (vertikal)	12 Tage	6 mm

QUALITÄT UND VERFÜGBARKEIT DER IGS-PRODUKTE (2)

- Die IGS-Bahnen sind im **SP3-Format** (siehe Seite 70/71) in Abständen von **15 Minuten** in einem **erdfesten System** gegeben. Die geozentrischen kartesischen Satelliten-Koordinaten beziehen sich auf die jeweils aktuelle ITRS-Realisierung (z.Z. **ITRF2000**, genauer die IGS-Realisierung **IGb00** von ITRF2000).
- Konsistent zu den Bahnen werden auch Dateien mit den **Erdrotationsparametern** zur Verfügung gestellt (z.B. für die Transformation ins Inertialsystem J2000.0, wo gewöhnlich die Satellitenbahnen numerisch integriert werden).
- Die vom IGS berechneten **Stationskoordinaten und -geschwindigkeiten** bilden einen wesentlichen Beitrag zum jeweiligen **ITRF**. Dazu kommen **regionale GPS-Lösungen** (z.B. von EUREF) für die **Verdichtung** des globalen Netzes.
- Stationskoordinaten, Stationsgeschwindigkeiten und Erdrotationsparameter werden heute im **Software INdependent EXchange Format (SINEX)** ausgetauscht. Auch die anderen geodätischen Raumverfahren (VLBI, SLR, LLR, DORIS, GLO-NASS,...) haben sich diesem Format angeschlossen.
- Dieses SINEX-Format erlaubt den Austausch von diversen **Parametertypen** mit der vollen dazugehörigen **Varianz-Kovarianz-Matrix** und enthält auch **Informationen über die Stationen** (Antennen- und Empfängertypen, Antennenhöhen, ...).
- Sämtliche **RINEX-Daten** der IGS-Stationen und der EUREF-Stationen sind frei verfügbar und können von den globalen oder regionalen Datenzentren bezogen werden. Man muss bei der Verwendung von IGS- oder EUREF-Daten allerdings darauf achten, dass man die richtigen Antennenhöhen etc. verwendet.
- http://tau.fesg.tu-muenchen.de/~iapg/web/links/links/gps_glonass.php
Viele nützliche Links zu diesem Kapitel.

15. GPS-Hardware und -Software

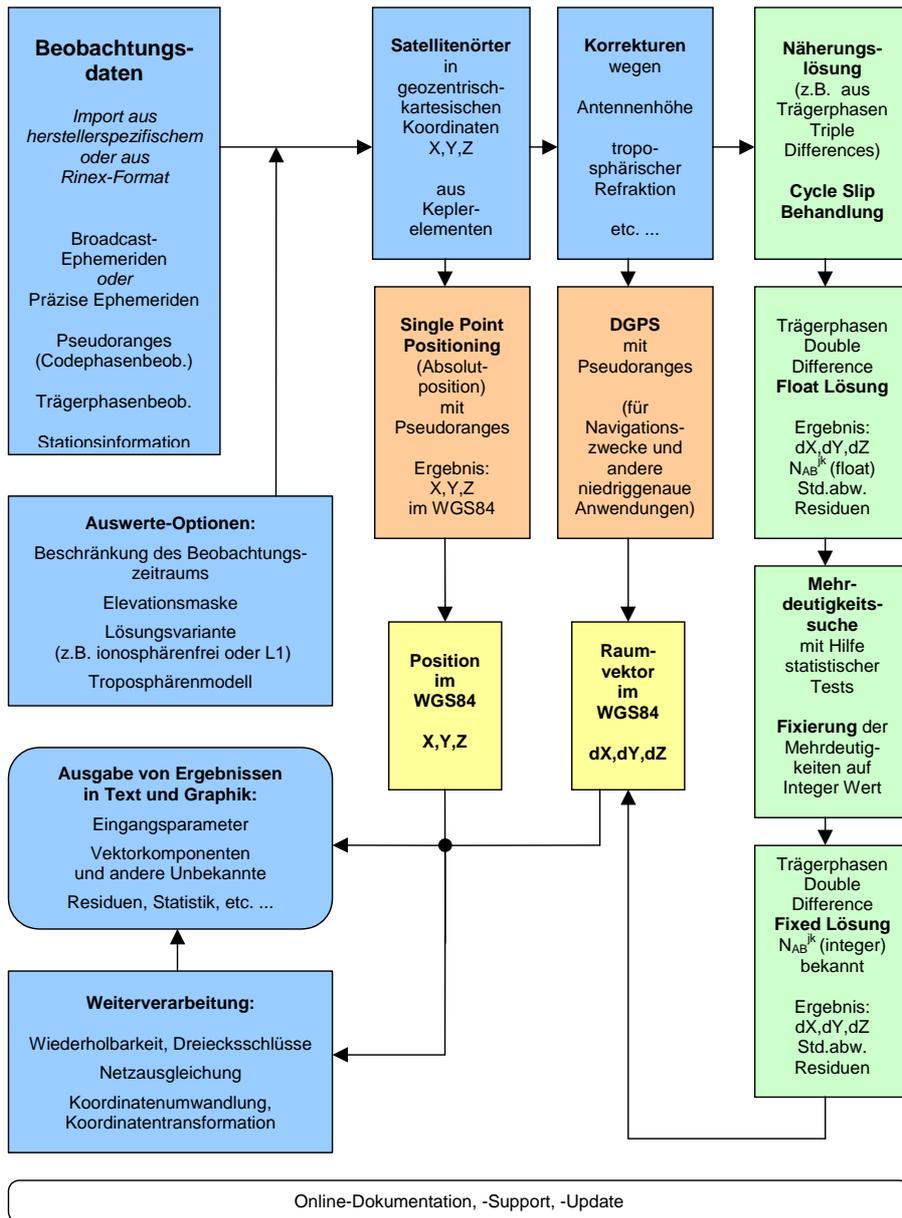
- GPS-Empfänger
- GPS-Software

GPS-HARDWARE

- Die GPS-Empfänger unterscheiden sich in den folgenden Charakteristika:
 - Grösse und Gewicht
 - **Anwendungszweck** (Navigation, Zeitübertragung, Geodäsie, ...)
 - Verfügbarkeit von **Codes und Frequenzen** (C/A-Code, L1-Trägerphasen und C/A-Code, L1- und L2-Trägerphasen und C/A-Code oder P-Code, ...)
 - **Anzahl Kanäle** pro Frequenz und Code
 - DGPS-Fähigkeit
 - Messdatenspeicher, Stromversorgung, Schnittstellen (RTCM, externe Uhr, 1 PPS Signal, ...)
 - Zusätzliche Ausrüstung für RTK (Funkantenne, ...)
- **Mehrere hundert verschiedene GPS-Empfänger** sind heute auf dem Markt.
- Bei **GLONASS** gibt es erst wenige Empfänger, meistens sind es **hybride** Empfänger, die sowohl GPS- als auch GLONASS-Satelliten beobachten können (z.B. Ashtech Z-18 oder Javad Positioning Systems).
- Die Kombination von GPS und GLONASS liefert eine exzellente Satellitengeometrie und ist für RTK und Permanentnetze sehr geeignet (hochgenaue Anwendungen).
- **Handheld-Empfänger für Pseudorange-Navigation mit DGPS-Option** erhält man heute für rund **100 \$US**; Empfänger mit **Trägerphasenmessung** erreichen schnell **5000 \$US** und **geodätische Zweifrequenzempfänger** kosten **20'000–30'000 \$US**.
- Je höher die Genauigkeitsanforderungen, desto teurer die Hardware.

GPS-SOFTWARE (1)

Beispiel für den Aufbau einer kommerziellen GPS Postprocessing Software



GPS-SOFTWARE

- Bei **DGPS- und RTK-Systemen** ist eine Software für die Verarbeitung in Echtzeit bereits im Rover-System enthalten. Sie berechnet mit Hilfe der Referenzstationsdaten oder -korrekturen die Position in Echtzeit (z.B. mit einem Kalmanfilter).
- Diese Software-Pakete müssen sehr effizient sein (Echtzeit, Ambiguity Resolution, ...).
- Bei moderner RTK-Software kann die Ambiguity Resolution on-the-fly (OTF) erfolgen.
- Basislinien werden erst im Postprocessing zu einem Netz kombiniert (falls überhaupt).
- Es gibt heute auch **Referenzstationssoftware**, die es erlaubt, aus den Daten mehrerer Empfänger in Echtzeit **Korrekturmodelle** für die Ionosphäre, die Troposphäre und die Bahnen zu rechnen und per Funk an die Rover-Station zu übertragen. Damit können die Mehrdeutigkeiten über grössere Distanzen noch gelöst werden.
- Je grösser die Distanzen, desto schwieriger die **Modellierung** (und das Lösen der Mehrdeutigkeiten). Für eine gleichbleibende Genauigkeit muss daher zu immer **längeren Beobachtungszeiten** übergegangen werden und damit zum **Postprocessing** mit mehr Flexibilität bei der Verarbeitung (z.B. Verwenden von "Precise Orbits", Ionosphärenmodellen, Schätzen von Troposphärenparametern, ...), also Optionen, die in Echtzeit nicht zur Verfügung stehen.
- **Wissenschaftliche Software-Pakete** zeichnen sich gegenüber kommerziellen Paketen durch eine **detaillierte Modellierung** und eine **Vielfalt von Parametertypen** aus, die geschätzt werden können. Meist sind die Pakete jedoch im Gegensatz zu kommerziellen Produkten **nicht sehr benutzerfreundlich**.

ANFORDERUNGEN AN EINE WISSENSCHAFTLICHE GPS-SOFTWARE

Typische Eigenschaften einer wissenschaftlichen GPS-Software sind:

- Verwenden aller Beobachtungsgrößen (Code- und Phasenmessungen)
- Bildung von Beobachtungsdifferenzen und verschiedenen Linearkombinationen der ursprünglichen Messungen
- Verarbeitung und Kombination der Daten von unterschiedlichen Empfängertypen
- Verarbeitung von Daten eines einzelnen Punktes über einzelne Basislinien, Netze, Kampagnen, bis hin zu mehreren Kampagnen oder Zeitserien (Permanentnetze).
- Bestimmung einer Vielfalt von verschiedenen Parametertypen
- Modellierung der troposphärischen Verzögerung und Bestimmung von Parametern, die diese Verzögerung beschreiben.
- Modellierung der ionosphärischen Verzögerung und Bestimmung von Parametern, die diese Verzögerung beschreiben
- Berücksichtigung der Phasenzentren der Satelliten- und der Empfängerantennen
- Detaillierte Modellierung der Beobachtungen: Berücksichtigung von relativistischen Effekten
- Algorithmen zur Auflösung der Phasenmehrdeutigkeiten (phase ambiguities)
- Modellierung der Kräfte, die auf die Satelliten wirken, und Bestimmung von Satellitenbahnparametern
- Bestimmung von Erdrotationsparametern

Diese Softwarepakete sind meist gross und kompliziert im Gebrauch, aber auch mächtige Hilfsmittel für hochgenaue Anwendungen in Geodäsie, Geodynamik, Geophysik, Meteorologie, Klimatologie, Metrologie, ...